

GUIDE LETTURA MATEMATICA
SNV, PN, PQM, [M@T.ABEL](#) 2011
E
RISULTATI NAZIONALI

Servizio Nazionale di Valutazione
a.s. 2010/11
Guida alla lettura
Prova di Matematica
Classe seconda – Scuola primaria
(a cura di Franca Ferri, Rossella Garuti, Aurelia Orlandoni)

I quesiti sono distribuiti negli ambiti secondo la tabella seguente

Ambito	Numero di domande	Numero di Item¹
Numeri	11	18
Spazio figure	6	8
Dati e previsioni	1	2
Totale	18	28

¹ Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

Tabella della suddivisione degli item in relazione ad ambiti e processi

Processi/Ambiti	Numeri	Spazio e figure	Dati e Previsioni	TOT ALE
1. Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)	5	1		6
2. Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)	6			6
3. Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...)	3	1		4
4. sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...)	2	1		3
5. sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...)	2			2
6. acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...)		1		1
7. utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...)			2	2
8. saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>).		4		4
TOTALE	18	8	2	28

Si riportano i risultati nazionali presi dal Rapporto 2011

MATEMATICA II PRIMARIA

Tavola XXXXX – Distribuzione percentuale delle risposte alle domande a scelta multipla nella prova di Matematica II primaria

ITALIA					
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI		
			A	B	C
Spazio e figure	D4	0,4	54,1	34,9	10,6
Numeri	D5_a	0,3	5,5	86,0	8,2
Numeri	D5_b	0,4	5,5	90,4	3,6
Spazio e figure	D7_a	0,8	15,5	18,1	65,6
Numeri	D8	4,8	22,9	41,2	31,1
Spazio e figure	D10_a	1,6	20,3	50,7	27,4
Spazio e figure	D10_b	3,4	42,8	13,0	40,9
Numeri	D12	2,3	40,2	12,0	45,5
Spazio e figure	D13	1,6	23,8	71,3	3,3
Numeri	D14	1,5	6,7	56,5	35,3
Spazio e figure	D16	1,8	21,0	75,4	1,8
Numeri	D17	4,0	21,1	56,7	18,2
Spazio e figure	D18	2,1	10,7	12,0	75,2

Tavola XXXXX – Distribuzione percentuale delle risposte alle domande a risposta aperta univoca nella prova di Matematica II primaria

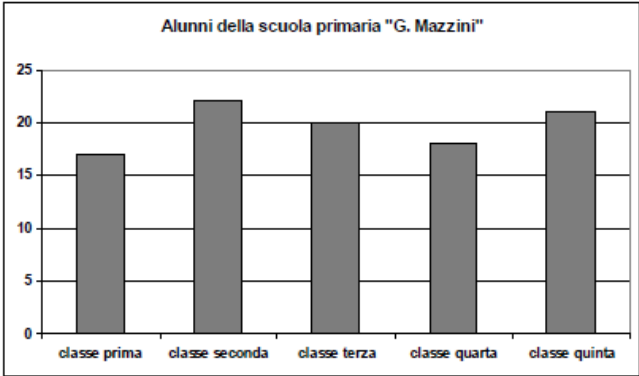
ITALIA				
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI	
			Errata	Corretta
Dati e previsioni	D1_a	2,2	32,9	64,9
Dati e previsioni	D1_b	2,9	15,5	81,6
Numeri	D2_a	3,9	34,3	61,7
Numeri	D2_b	3,7	18,3	78,0
Numeri	D3_a	3,7	28,6	67,7
Numeri	D3_b	7,2	34,4	58,4
Numeri	D5_c	4,9	48,7	46,3
Numeri	D6	1,1	13,0	85,8
Spazio e figure	D7_b	4,4	66,4	29,2
Numeri	D9_a	8,0	7,1	84,9
Numeri	D9_b	10,9	24,6	64,6
Numeri	D9_c	10,2	27,2	62,5
Numeri	D9_d	18,4	10,8	70,8
Numeri	D11	4,6	70,3	25,1
Numeri	D15	10,9	64,1	24,9

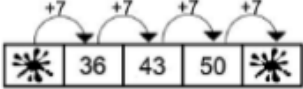
Di seguito viene proposta un'analisi dei quesiti utilizzando una tabella a tre colonne:

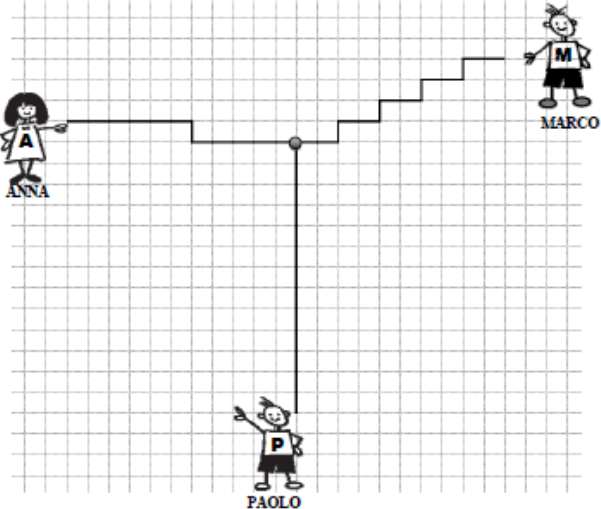
- nella prima è indicato il testo del quesito
- nella seconda un commento didattico
- nella terza l'ambito, l'oggetto, il compito e i processi facendo riferimento al *Quadro di riferimento* delle prove SNV pubblicato sul sito INVALSI

È importante sottolineare che la classificazione proposta è solo indicativa e non deve rappresentare un vincolo per l'interpretazione del risultato: in matematica ogni domanda coinvolge spesso diversi ambiti, e la risposta richiede processi di diversa natura. Seguendo la prassi internazionale, si indicano l'ambito e il processo *prevalenti*, tenendo presente che spesso la scelta di un particolare distrattore può indicare difficoltà o lacune in altri ambiti o in altri processi.

GUIDA ALLA LETTURA

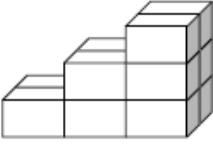
Domanda	Commento	Classificazione
D1. Osserva questo grafico e poi rispondi alle domande.  a. Quanti alunni ci sono nella classe terza? Risposta: b. Quale classe ha il maggior numero di alunni? Risposta:	Lo scolaro deve saper leggere un grafico dato. Per rispondere alla domanda a. deve individuare la classe e il numero di allievi. Si tratta di una lettura diretta del grafico con entrambi i termini esplicitati. Per rispondere alla domanda b. il bambino deve fare un confronto visivo tra le altezze delle colonne del grafico ed individuare la classe corrispondente alla colonna più alta. Risposta corretta a.: 20 Risposta corretta b.: la classe seconda	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Ricavare informazioni da grafici per rispondere a domande OGGETTO DI VALUTAZIONE Prime rappresentazioni di dati (tabelle, pittogrammi, grafici a barre, ecc.) PROCESSO PREVALENTE Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D2. Osserva questa sequenza di numeri.  Quali numeri sono coperti dalle macchie? a. Primo numero: b. Ultimo numero:	L'allievo deve scoprire il primo e l'ultimo numero di una sequenza data con l'operatore esplicitato. Risposta corretta a.: 29 Per rispondere il bambino deve fare l'inverso dell'operatore $+7$, cioè sottrarre a 36 il numero 7. Risposta corretta b.: 57 Il bambino deve aggiungere a 50 il 7.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Ricerca di regolarità OGGETTO DI VALUTAZIONE addizione/sottrazione PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)
D3. Anna gioca a figurine con Paola; durante il gioco perde 6 figurine, ma gliene restano ancora 36. a. Quante figurine aveva all'inizio? Risposta: b. Scrivi l'operazione che hai fatto per trovare la risposta. 	Il bambino deve risolvere un problema che richiede l'uso della struttura additiva diretta. La difficoltà è data dalla presentazione del contesto, certamente di tipo familiare, ma che presenta una situazione di "perdita di figurine" che potrebbe indurre i bambini ad eseguire una sottrazione. Le parole "perde" e "restano" potrebbero fungere da distrattori. Risposta corretta a.: 42 Risposta corretta b.: $36 + 6 = 42$	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO utilizzare le operazioni per risolvere problemi in contesti familiari OGGETTO DI VALUTAZIONE addizione fra numeri naturali PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D4. La scuola di Marco, Anna e Paolo si trova dove vedi questo pallino ●. Questo è il disegno dei loro percorsi per andare a scuola.  Chi fa il percorso più corto per arrivare a scuola? ☐ A. Anna ☐ B. Marco ☐ C. Paolo	L'allievo deve confrontare tre percorsi disegnati in base alla loro lunghezza. E' necessario il conteggio dei quadretti per poter rispondere con esattezza e non farsi deviare dall'idea, basata sulla percezione, che il percorso disegnato in linea retta sia il più breve. Risposta corretta: A (Anna)	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Saper riconoscere, descrivere e confrontare un percorso dato OGGETTO DI VALUTAZIONE Mappe, piantine e orientamento PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D5. Silvia chiede alla commessa di un negozio il prezzo di una bicicletta che le piace. La commessa le risponde: "Centosette euro". a. Quale tra questi cartellini è quello con il prezzo della bicicletta?  ☐ A. Cartellino 1 ☐ B. Cartellino 2 ☐ C. Cartellino 3	La domanda 5, composta di tre parti, si può collocare all'interno di una situazione problematica, dove l'allievo deve tenere sotto controllo semantico l'intera situazione. Nella prima parte (a) il bambino deve riconoscere, fra tre, un numero espresso in cifre, data la parola numero. I numeri, tra cui scegliere, sono scritti con le stesse cifre (0 – 1 – 7) e questo comporta da parte dell'allievo una buona conoscenza della notazione posizionale. a. Risposta corretta: B (Cartellino 2) Nella seconda parte (b.) l'alunno deve confrontare tre numeri e stabilire qual è il maggiore. Anche in questo caso entra in gioco la notazione posizionale e distrattore per l'allievo potrebbe essere l'uso delle stesse cifre. b. Risposta corretta: B (Casco 2) Nella terza parte (c) il bambino deve risolvere un problema che richiede la struttura additiva inversa. Il bambino può rispondere facendo una sottrazione "$34 - 15 = 19$" o una sentenza aperta del tipo $15 + ? = 34$ c. Risposta corretta: 19	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Domanda a - Conoscere e utilizzare il significato della notazione posizionale Domanda b - Confrontare e ordinare i numeri naturali Domanda c - Eseguire operazioni con i numeri naturali OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri naturali. Addizione e sottrazione fra numeri naturali PROCESSO PREVALENTE Domanda a - Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>) Domande b - Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>) Domanda c - Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)

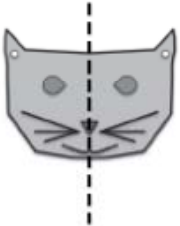
Domanda	Commento	Classificazione
b. Silvia vede nel negozio anche questi tre tipi di casco:  Casco 1  Casco 2  Casco 3 Quale casco costa di più? ☐ A. Casco 1 ☐ B. Casco 2 ☐ C. Casco 3 c. Silvia vorrebbe comprare il casco da 34 euro, ma in tasca ha solo 15 euro. Quanti euro le mancano? Risposta: euro		
D6. Marta usa il righello per misurare la sua matita.  Quanto è lunga la matita di Marta? Risposta: centimetri	Il bambino, dato l'oggetto da misurare e lo strumento di misura, deve saper leggere la misura diretta di una grandezza ed esprimerla nel valore numerico, essendo già data l'unità di misura convenzionale. Risposta corretta: 13	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Saper leggere uno strumento di misura OGGETTO DI VALUTAZIONE Misurare grandezze continue utilizzando oggetti e strumenti PROCESSO PREVALENTE Saper riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (<i>saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D7. Maria gioca con le costruzioni e vuole realizzare una scala come quella nella figura.  a. Di quanti mattoncini ha bisogno? ☐ A. 9 ☐ B. 11 ☐ C. 12 b. Se vuole aggiungere un gradino alla scala, quanti mattoncini in più le servono? Risposta:	L'alunno deve interpretare la rappresentazione di un oggetto tridimensionale e immaginare l'evoluzione dello stesso oggetto con una variante posta. a. Risposta corretta: C Entrambe le risposte A e B comportano il non conteggio di mattoncini che non si vedono o che si vedono parzialmente. b. Risposta corretta: 8 Oltre ad immaginare la soluzione il bambino deve porre attenzione alla domanda che chiede "quanti mattoncini in più" e non "quanti mattoncini in tutto" come facilmente l'alunno potrebbe essere indotto a pensare.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Interpretare la rappresentazione di un oggetto tridimensionale OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione di oggetti nello spazio PROCESSO PREVALENTE Domanda a - Saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>) Domanda b - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)
D8. Aggiungere 10 a un numero e poi togliere 1 è come: ☐ A. aggiungere 11 ☐ B. aggiungere 9 ☐ C. togliere 9	Risposta corretta: B (Aggiungere 9) L'alunno deve scoprire il valore di un'uguaglianza espressa a parole. Risposta corretta: B Le risposte A e C presumono entrambe un'errata interpretazione dell'uguaglianza.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Eeguire operazioni con i numeri naturali OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri naturali e loro rappresentazione in base 10 PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)

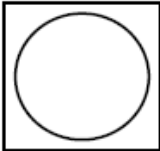
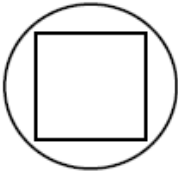
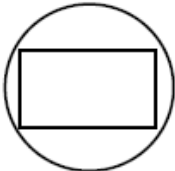
Domanda	Commento	Classificazione
D9. Osserva i numeri nel riquadro. 64 4 112 51 74 6 15 46 14 47 5 a. Disegna un cerchio (○) intorno al numero maggiore. b. Disegna un quadrato (□) intorno al numero minore. c. Disegna un triangolo (△) intorno al numero formato da 4 unità e 7 decine. d. Sottolinea il numero sessantaquattro.	Riconoscere, fra altri, numeri espressi in cifre, date delle consegne. Nei casi a. e b. gli allievi devono riconoscere il maggiore e il minore tra i numeri dati, che sono scritti in caratteri diversi. La diversa grandezza del carattere potrebbe fungere da distrattore. a. Risposta corretta: 112 b. Risposta corretta: 4 Nel caso c. gli allievi devono identificare un numero in base al valore delle cifre espresso a parole non nell'ordine di scrittura del numero in cifre. c. Risposta corretta: 74 Nel caso d. il bambino deve riconoscere, fra tanti, un numero espresso in cifre, data la parola numero. d. Risposta corretta: 64	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Confrontare e ordinare i numeri naturali OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri naturali PROCESSO PREVALENTE Domande a e b: Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...). Domande c e d: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D10. Questo è un cubo a sei facce:  Ora osserva queste figure.  Figura 1  Figura 2  Figura 3 a. Quale figura ha 4 facce triangolari? ☐ A. Figura 1 ☐ B. Figura 2 ☐ C. Figura 3 b. Quale figura ha cinque facce? ☐ A. Figura 1 ☐ B. Figura 2 ☐ C. Figura 3	Data la rappresentazione di figure tridimensionali, per rispondere correttamente il bambino deve “saper vedere” le facce nascoste delle figure a. Risposta corretta: B (figura 2) La risposta C. può distrarre i bambini per avere una faccia triangolare in primo piano, mentre la risposta A. può distrarre per avere subito visibili 4 facce. b. Risposta corretta: C (figura 3) Entrambe le risposte non corrette, A. e B., presuppongono un conteggio errato delle facce non visibili.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Identificare un solido e le sue caratteristiche dalla sua rappresentazione piana OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione piana di figure solide PROCESSO PREVALENTE Saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D11. La mamma di Luca per fare 2 panini ha usato: • 4 fette di pane; • 2 fette di prosciutto cotto; • 1 mozzarella. Per fare 4 panini ha bisogno di: • fette di pane; • fette di prosciutto cotto; • mozzarelle.	In un contesto familiare l'alunno deve cogliere ed operare con una relazione fra due quantità (il doppio). Eventuali errori potrebbero essere dati dal non riconoscimento della struttura moltiplicativa da applicare per risolvere correttamente il quesito. Risposta corretta: - 8 fette di pane - 4 fette di prosciutto - 2 mozzarelle	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Conoscere il significato di metà, doppio, la terza parte, il triplo ... OGGETTO DI VALUTAZIONE Rapporti fra numeri naturali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)
D12. L'orologio della classe segna:  La lezione di Italiano è iniziata alle 9:50 e adesso Claudio pensa: "Mancano ancora 20 minuti all'intervallo ...". A che ora inizia l'intervallo nella classe di Claudio? ☐ A. Alle 10:40 ☐ B. Alle 10:30 ☐ C. Alle 10:20	L'allievo deve saper leggere uno strumento di misura e deve saper sommare all'ora data altri 20 minuti. Il contesto familiare potrebbe indurre i bambini a scegliere la risposta secondo l'ora in cui l'intervallo si effettua nella propria scuola. Nel testo vi è anche un distrattore dato dall'orario in cui è iniziata la lezione di italiano, che non serve per risolvere il quesito. Risposta corretta: A	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Leggere l'orologio come strumento di misura del tempo OGGETTO DI VALUTAZIONE Misure di grandezze continue attraverso oggetti e strumenti PROCESSO PREVALENTE Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...)

Domanda	Commento	Classificazione
D13. La maschera del gatto è stata spezzata in due:  Questo è un pezzo:  Qual è l'altro pezzo?  Pezzo 1  Pezzo 2  Pezzo 3 ☐ A. Il pezzo 1 ☐ B. Il pezzo 2 ☐ C. Il pezzo 3	Per rispondere correttamente il bambino deve rappresentarsi i tre pezzi dati, ruotandoli o traslatandoli per metterli vicino al pezzo dato in modo da ricomporre la maschera. Si tratta di un problema di rappresentazione di simmetrie in cui è necessario muovere mentalmente gli oggetti per giungere ad una corretta soluzione. Risposta corretta: B (il pezzo 2)	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Individuare simmetrie in oggetti e figure date OGGETTO DI VALUTAZIONE Composizione e scomposizione di figure PROCESSO PREVALENTE Saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D14. Tre bambini cercano di indovinare quante palline ci sono in un sacchetto come quello che vedi qui sotto.  Anna Moira Giovanni Aprono il sacchetto e vedono che ci sono 47 palline. Chi è andato più vicino al numero delle palline contenute nel sacchetto? ☐ A. Anna ☐ B. Moira ☐ C. Giovanni	In un contesto noto l'allievo deve confrontare tre numeri dati e identificare il numero più vicino ad un numero dato. Risposta corretta: C (Giovanni) L'eventuale scelta della risposta A. potrebbe essere indotta dalla cifra 9 delle unità, mentre la scelta della risposta B. potrebbe essere indotta dalla cifra 4 delle decine uguale alla cifra del numero dato. Entrambe le scelte farebbero presupporre una parziale conoscenza della notazione posizionale delle cifre.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Confrontare e ordinare i numeri naturali OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri naturali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)
D15. In una gara di corsa Marco è arrivato secondo e Carlo è arrivato quinto. Quanti bambini sono arrivati dopo di Marco e prima di Carlo? Risposta:	Il bambino deve riconoscere in un ordinamento le posizioni intermedie tra due date. L'alunno deve porre particolare attenzione agli indicatori temporali, "dopo di" e "prima di" per poter rispondere correttamente. Risposta corretta: due bambini Eventuali risposte non corrette si basano forse sulla differenza tra la seconda e la quinta posizione non tenendo conto degli indicatori temporali.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Conoscere e utilizzare la funzione che i numeri naturali svolgono in situazioni diverse (cardinale, ordinale, misura) OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri naturali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D16. Quale, tra queste figure, corrisponde alla seguente descrizione? “È UN QUADRATO DENTRO UN CERCHIO”  Figura 1  Figura 2  Figura 3 ☐ A. Figura 1 ☐ B. Figura 2 ☐ C. Figura 3	L'allievo deve riconoscere figure geometriche e localizzatori spaziali che permetteranno di identificare la corretta figura. Risposta corretta: B (figura 2) L'eventuale scelta della risposta A. presuppone un riconoscimento delle figure, ma una scorretta interpretazione del localizzatore. La scelta eventuale della risposta C. presuppone un'errata identificazione del quadrato, in questo caso confuso con il rettangolo.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Individuare relazioni topologiche (dentro fuori) OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione di oggetti nel piano PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)
D17. Osserva il riquadro: $12 \times 3 = 12 + 12 + 12$ Quello che è scritto nel riquadro è corretto? ☐ A. No, perché il risultato di 12×3 non è 12 ☐ B. Sì, perché moltiplicare 12 per 3 è come sommare 12 tre volte ☐ C. No, perché da una parte c'è il segno $\times$ e dall'altra il segno $+$	Il bambino deve riconoscere un'argomentazione corretta che giustifichi un'uguaglianza. Nel compito entra in gioco anche il significato del simbolo $=$ che in questo caso non è procedurale, ma relazionale. Risposta corretta: B L'eventuale scelta della risposta A. presuppone che il bambino veda il segno $=$ nel suo significato procedurale (ad esempio $5+3=8$, in questo caso il segno $=$ è di tipo procedurale in quanto corrisponde a $5+3$ “fa” 8. La risposta C. presuppone che l'allievo veda uguaglianze unicamente nel segno dell'operazione, senza cogliere il vero significato di uguaglianza.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Conoscere il significato delle operazioni OGGETTO DI VALUTAZIONE Proprietà delle operazioni PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D18. Da quale foglio “di forma rettangolare” è stato ritagliato questo pezzettino?   Figura 1  Figura 2  Figura 3 ☐ A. Figura 1 ☐ B. Figura 2 ☐ C. Figura 3	Il bambino deve immaginare il ritaglio inserito nelle figure date provando mentalmente a ruotare il pezzettino (quadrato) per poterlo vedere inserito correttamente. Risposta corretta: C L'eventuale scelta errata della figura 1 può essere data dalla corrispondenza tra la posizione del pezzettino e il ritaglio “angolare” della figura. In questo caso il bambino non “muove” il pezzettino, ma si ferma alla rappresentazione statica dell’oggetto.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Identificare forme geometriche (triangolo, quadrato, cubo,...) OGGETTO DI VALUTAZIONE Uguaglianza fra figure PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)

Servizio Nazionale di Valutazione
a.s. 2010/11
Guida alla lettura
Prova di Matematica
Classe quinta – Scuola primaria
(a cura di Rossella Garuti, Aurelia Orlandoni)

I quesiti sono distribuiti negli ambiti secondo la tabella seguente

Ambito	Numero di domande	Numero di Item²
Numeri	11	14
Spazio figure	9	11
Dati e previsioni	4	11
Relazioni e funzioni	6	11
Totale	30	47

² Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

Tabella della suddivisione degli item in relazione ad ambiti e processi

Processi/Ambiti	Numeri	Spazio e figure	Dati e Previsioni	Relazioni e funzioni	TOTALE
1. Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)	5	2	4		11
2. Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)	2	3		2	7
3. Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...)	2	1			3
4. Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...)	3			4	7
5. Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...)	1	1		4	6
6. Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...)	1	2		1	4
7. Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>)			7		7
8. Saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>).		2			2
TOTALE	14	11	11	11	47

Si riportano i risultati nazionali presi dal Rapporto 2011

MATEMATICA V PRIMARIA

Tavola XXXXX – Distribuzione percentuale delle risposte alle domande a scelta multipla nella prova di Matematica V primaria

ITALIA						
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI			
			A	B	C	D
Numeri	D2	0,6	6,2	11,5	77,2	4,6
Relazioni e funzioni	D4_a	0,2	3,2	90,2	1,5	4,9
Numeri	D5	0,9	14,2	3,2	11,8	69,9
Relazioni e funzioni	D6	0,7	14,2	62,1	14,2	8,9
Relazioni e funzioni	D7	1,7	24,9	20,5	37,5	15,3
Numeri	D8	1,0	9,0	7,5	77,6	4,9
Spazio e figure	D10	0,7	24,1	41,9	29,9	3,4
Numeri	D11	1,6	8,5	9,6	62,2	18,1
Relazioni e funzioni	D13	0,8	18,6	40,3	26,8	13,5
Numeri	D14	1,0	4,9	20,0	56,6	17,4
Spazio e figure	D15	0,3	6,5	14,3	40,5	38,3
Numeri	D18	1,2	11,9	47,0	33,5	6,5
Spazio e figure	D20	0,2	4,2	88,0	3,8	3,8
Numeri	D22	0,8	21,2	12,4	63,9	1,8
Spazio e figure	D26	1,2	7,4	14,0	66,1	11,3
Spazio e figure	D27	1,3	12,0	34,8	43,0	8,9
Spazio e figure	D30	0,6	5,5	6,4	79,3	8,2

Tavola XXXXX – Distribuzione percentuale delle risposte alle domande a scelta multipla nella prova di Matematica V primaria

ITALIA						
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI			
			km	m	cm	mm
Relazioni e funzioni	D28_a	3,0	92,7	3,5	0,5	0,3
Relazioni e funzioni	D28_b	3,2	0,4	5,2	89,2	2,1
Relazioni e funzioni	D28_c	1,5	5,8	87,3	3,7	1,8

Tavola XXXXX – Distribuzione percentuale delle risposte alle domande a risposta aperta univoca nella prova di Matematica V primaria

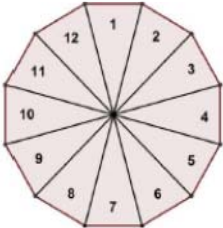
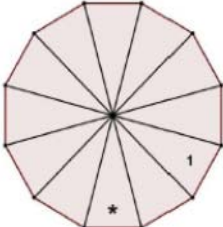
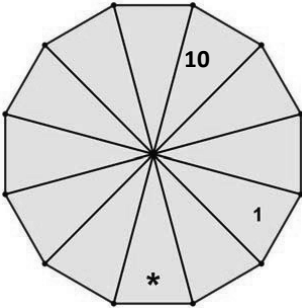
ITALIA				
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI	
			Errata	Corretta
Numeri	D3	0,6	14,9	84,5
Relazioni e funzioni	D4_b	5,2	9,4	85,4
Spazio e figure	D9	5,5	24,5	70,0
Numeri	D12	4,3	20,2	75,5
Spazio e figure	D16_a	2,4	36,2	61,4
Spazio e figure	D16_b	2,7	59,7	37,6
Numeri	D19	5,6	25,2	69,2
Dati e previsioni	D21_a	0,6	6,6	92,8
Dati e previsioni	D21_b	3,3	46,6	50,1
Spazio e figure	D23_a	1,5	21,9	76,6
Spazio e figure	D23_b	5,3	53,1	41,5
Relazioni e funzioni	D24_a	1,4	15,1	83,5
Relazioni e funzioni	D24_b	3,1	40,0	56,9
Relazioni e funzioni	D24_c	10,1	53,6	36,3
Dati e previsioni	D25	11,6	23,9	64,5

Tavola XXXXX – Distribuzione percentuale delle risposte alle domande a due modalità di risposta nella prova di Matematica V primaria

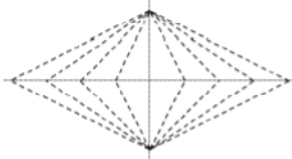
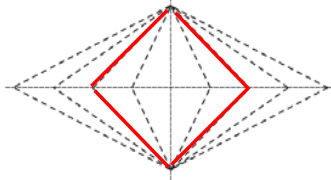
ITALIA				
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI	
			Vero	Falso
Dati e previsioni	D1_a	1,1	82,8	16,1
Dati e previsioni	D1_b	1,0	85,4	13,6
Dati e previsioni	D1_c	1,2	13,4	85,4
Dati e previsioni	D1_d	1,3	79,1	19,7
Dati e previsioni	D17_a	0,6	5,0	94,4
Dati e previsioni	D17_b	0,8	21,8	77,4
Dati e previsioni	D17_c	1,3	81,6	17,1
Dati e previsioni	D17_d	1,6	28,8	69,7
Numeri	D29_a	0,8	77,9	21,3
Numeri	D29_b	1,0	82,3	16,7
Numeri	D29_c	0,9	41,0	58,1
Numeri	D29_d	1,0	59,8	39,2

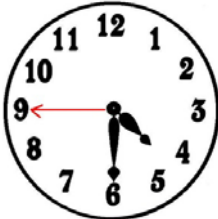
Domanda	Commento	Classificazione																				
D1. Le lettere della parola “ITALIANI” sono state scritte ognuna su un cartoncino. Gli 8 cartoncini, tutti uguali per forma e dimensione, sono stati messi in un sacchetto. I T A L I A N I Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa. Prendendo a caso un cartoncino dal sacchetto... <table><tr><td></td><td></td><td>Vero</td><td>Falso</td></tr><tr><td>a.</td><td>è più probabile estrarre una vocale che una consonante</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>b.</td><td>la lettera che ha più probabilità di essere estratta è la “T”</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>c.</td><td>la lettera che ha meno probabilità di essere estratta è la “A”</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>d.</td><td>la “L” e la “N” hanno la stessa probabilità di essere estratte</td><td>☐</td><td>☐</td></tr></table>			Vero	Falso	a.	è più probabile estrarre una vocale che una consonante	☐	☐	b.	la lettera che ha più probabilità di essere estratta è la “T”	☐	☐	c.	la lettera che ha meno probabilità di essere estratta è la “A”	☐	☐	d.	la “L” e la “N” hanno la stessa probabilità di essere estratte	☐	☐	RISPOSTA corretta D1a Vero D1b Vero D1c Falso D1d Vero Lo studente deve analizzare le affermazioni sulla probabilità di eventi elementari.. Non si tratta di calcolare la probabilità di un evento, ma di distinguere tra eventi meno probabili, più probabili o ugualmente probabili a livello intuitivo, basandosi sulla numerosità dell’evento. Ad esempio nel primo caso l’affermazione è vera perché le vocali sono di più delle consonanti.	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Saper valutare qualitativamente la probabilità in casi elementari i (più probabile, meno probabile, ...) OGGETTO DI VALUTAZIONE Evento certo, possibile, impossibile PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)
		Vero	Falso																			
a.	è più probabile estrarre una vocale che una consonante	☐	☐																			
b.	la lettera che ha più probabilità di essere estratta è la “T”	☐	☐																			
c.	la lettera che ha meno probabilità di essere estratta è la “A”	☐	☐																			
d.	la “L” e la “N” hanno la stessa probabilità di essere estratte	☐	☐																			
D2. 8 centinaia e 13 centesimi equivalgono a ☐ A. 8,013 ☐ B. 8.13 ☐ C. 800,13 ☐ D. 813	Risposta corretta C 8 centinaia corrispondono a 800 e 13 centesimi a 0,13 pertanto la risposta corretta è 800,13. Lo studente deve aver compreso la notazione posizionale di un numero decimale. Le altre risposte corrispondono ad errori comuni che mettono in luce difficoltà tipiche su questo aspetto dei numeri. In particolare le risposte B e D corrispondono alla trascrizione diretta delle cifre presenti nella domanda.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Conoscere ed utilizzare la notazione posizionale di numeri decimali OGGETTO DI VALUTAZIONE Scrittura posizionale dei numeri naturali e decimali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)																				

Domanda	Commento	Classificazione
D3. Quale temperatura segna il termometro?  Risposta:	Risposta corretta -5° C (o scritte equivalenti). La domanda riguarda la lettura di uno strumento di misura. I numeri negativi possono essere introdotti fin dalla scuola primaria in situazioni di contesto familiare come in questo caso oppure in altri casi, ma sempre contestualizzati (ad esempio numeri dei piani presenti negli ascensori).	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Saper leggere uno strumento di misura (termometro) OGGETTO DI VALUTAZIONE Misure di grandezze continue attraverso strumenti PROCESSO PREVALENTE Saper riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (<i>saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...</i>)

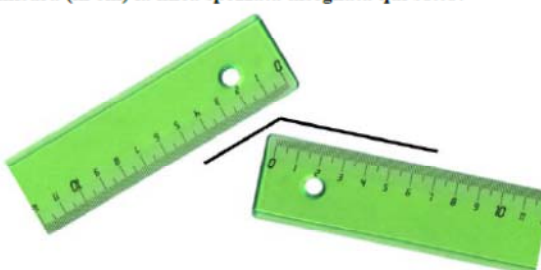
Domanda	Commento	Classificazione
D4. La ruota che vedi nella figura 1 può girare intorno al proprio centro  Figura 1 La ruota è stata girata e adesso si trova nella seguente posizione:  Figura 2 a. Che numero c'è nella casella indicata dal simbolo * ? ☐ A. 2 ☐ B. 3 ☐ C. 6 ☐ D. 7 b. Segna sulla <u>figura 2</u> dove si trova adesso il numero 10.	Risposta corretta D4a.: B D4b  Lo studente deve saper cogliere le relazioni fra i numeri indicati nella ruota e le relative posizioni. Nella prima domanda deve individuare il numero che si trova nella posizione contrassegnata dall'asterisco, nella seconda domanda deve invece indicare la posizione del 10. Nella domanda a) il distrattore D coincide con la posizione del numero 7 prima della rotazione e potrebbe indicare una lettura superficiale della domanda.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Rappresentare in modi diversi relazioni fra numeri, oggetti e figure OGGETTO DI VALUTAZIONE Ricerca di regolarità in sequenze di numeri, figure,... PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>)

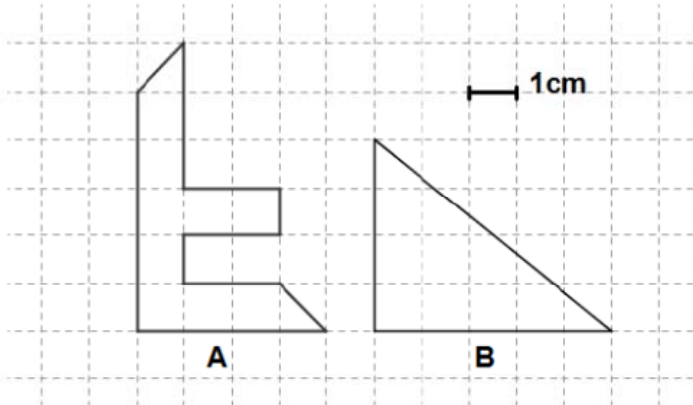
Domanda	Commento	Classificazione																				
D5. Martina usa la calcolatrice per moltiplicare 721 per 7,25. Si sbaglia e dimentica di digitare la virgola sulla tastiera. Per correggere il suo errore deve ☐ A. moltiplicare il risultato per 100 ☐ B. aggiungere 100 al risultato ☐ C. dividere il risultato per 10 ☐ D. dividere il risultato per 100	Risposta corretta D Lo studente deve padroneggiare la divisione come operazione inversa della moltiplicazione. Infatti $725=7,25 \times 100$, quindi se si moltiplica per 725 invece di 7,25 è come moltiplicare per 100, quindi per correggere l'errore si deve poi dividere il risultato per 100	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Conoscere la divisione come operazione inversa della moltiplicazione OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni fra numeri decimali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)																				
D6. Andrea ha 4 anni più di Bruno che è 5 anni più giovane di Carlo. Carlo ha 18 anni. In quale colonna sono riportate correttamente le età dei tre ragazzi? <table><thead><tr><th></th><th>Colonna 1</th><th>Colonna 2</th><th>Colonna 3</th><th>Colonna 4</th></tr></thead><tbody><tr><td>Andrea</td><td>$18-5-4=9$</td><td>$18-5+4=17$</td><td>$18-5=13$</td><td>4</td></tr><tr><td>Bruno</td><td>$18-5=13$</td><td>$18-5=13$</td><td>$18-5+4=17$</td><td>5</td></tr><tr><td>Carlo</td><td>18</td><td>18</td><td>18</td><td>18</td></tr></tbody></table> ☐ A. Colonna 1 ☐ B. Colonna 2 ☐ C. Colonna 3 ☐ D. Colonna 4		Colonna 1	Colonna 2	Colonna 3	Colonna 4	Andrea	$18-5-4=9$	$18-5+4=17$	$18-5=13$	4	Bruno	$18-5=13$	$18-5=13$	$18-5+4=17$	5	Carlo	18	18	18	18	Risposta corretta B Lo studente deve individuare la colonna nella quale sono espresse le operazioni che portano a individuare le età dei tre amici. Si richiede di passare da un testo verbale dove sono espresse le relazioni fra le età dei tre amici a una tabella dove queste relazioni sono espresse con un linguaggio matematico. La risposta D riporta direttamente i numeri presenti nel testo, senza tener conto delle relazioni fra questi, mentre nelle risposte A e C le relazioni fra le età sono invertite.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Individuare il procedimento corretto per risolvere un problema OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni con i numeri naturali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)
	Colonna 1	Colonna 2	Colonna 3	Colonna 4																		
Andrea	$18-5-4=9$	$18-5+4=17$	$18-5=13$	4																		
Bruno	$18-5=13$	$18-5=13$	$18-5+4=17$	5																		
Carlo	18	18	18	18																		
D7. Un treno della metropolitana parte dalla stazione 1 alle 8:54. Impiega tre minuti a percorrere il tragitto tra due stazioni e sosta due minuti in ogni stazione. A che ora arriva alla stazione 5? STAZIONE 1 STAZIONE 2 STAZIONE 3 STAZIONE 4 STAZIONE 5  ☐ A. 9:09 ☐ B. 9:12 ☐ C. 9:14 ☐ D. 9:15	Risposta corretta B Si tratta di calcolare il tempo di percorrenza del treno tenendo conto anche del tempo di sosta alla stazione, $8:54+12'+6'=9:12$. La risposta C corrisponde a chi calcola anche il tempo di sosta della prima o dell'ultima stazione. La risposta A corrisponde a chi considera 3 minuti per ognuna delle cinque stazioni $8:54+15'=9:09$.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Eseguire operazioni con misure di tempo OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni con numeri sessagesimali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)																				

Domanda	Commento	Classificazione
D8. In una città il biglietto del bus costa 1,10 euro ed è valido per 90 minuti. Se Carlo timbra alle ore 9:04, a che ora scadrà il suo biglietto? ☐ A. 10:14 ☐ B. 10:24 ☐ C. 10:34 ☐ D. 11:34	Risposta corretta C Lo studente deve sommare misure di tempo $9:04 + 90'$, quindi essere in grado di trasformare 90 minuti in 1 ora e 30 minuti per ottenere 10:34. Nel problema è presente un dato inutile, il costo del biglietto del tram che potrebbe indurre la risposta A nel caso in cui lo studente sommi l'ora di partenza con il costo del biglietto.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Eseguire operazioni con misure di tempo OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni con numeri sessagesimali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)
D9. Cerca il quadrato nella figura qui sotto e ripassane i lati con la penna. 	Risposta corretta  Lo studente deve individuare il quadrato tra un insieme di rombi, quindi identificare il quadrato come rombo con gli angoli retti, o con le diagonali di lunghezza uguale. La difficoltà consiste appunto nella richiesta di individuare il quadrato come rombo particolare.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Individuare una figura geometrica in base a proprietà OGGETTO DI VALUTAZIONE Semplici figure del piano PROCESSO PREVALENTE Saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>)

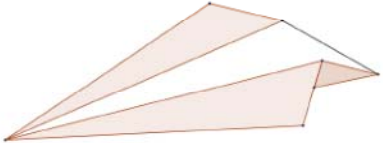
Domanda	Commento	Classificazione
D10. Giorgio inizia gli allenamenti di pallavolo alle 16:30.  Quando finisce il riscaldamento l'orologio segna le 16:45. Durante questo intervallo di tempo la <u>lancetta dei minuti</u> ha ruotato descrivendo un angolo ☐ A. acuto ☐ B. retto ☐ C. ottuso ☐ D. piatto	Risposta corretta B La lancetta dei minuti passando dalle 16:30 alle 16:45 ruota di un angolo retto. E' necessario che l'alunno conosca la posizione delle lancette dei minuti quando sono le 16:45, quindi che sappia leggere un orologio di tipo analogico. L'aspetto geometrico di angolo che si mette in evidenza con questa domanda è quello dell'angolo come rotazione. 	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Misurare angoli in situazioni concrete OGGETTO DI VALUTAZIONE Angoli e loro ampiezza PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)
D11. Per aggiornare un libro di scienze di 280 pagine si tolgono 2 capitoli di 50 pagine l'uno e si aggiungono 3 capitoli di 40 pagine l'uno. La revisione comporta un aumento del prezzo del nuovo libro di 7,60 euro. Che cosa <u>NON</u> puoi calcolare con i dati del problema? ☐ A. Il numero totale di pagine del nuovo libro ☐ B. Quante pagine ci sono in più nel nuovo libro ☐ C. Quale sarà il prezzo del nuovo libro ☐ D. Quanti capitoli ci sono in più nel nuovo libro	Risposta corretta C Lo studente deve individuare, attraverso la lettura del testo del problema, ciò che non è possibile calcolare con i dati a disposizione. Si può procedere per esclusione: Numero totale di pagine del nuovo libro: 300 Numero di pagine in più: 20 pagine Numero di capitoli in più: 1 Non è possibile calcolare il prezzo del nuovo libro in quanto si conosce solamente l'aumento del prezzo rispetto al vecchio libro senza conoscere quanto costava.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Dall'analisi del testo di un problema individuare cosa si può calcolare e cosa no OGGETTO DI VALUTAZIONE Dati di un problema PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione																						
D12. Carlo ha ordinato i seguenti numeri dal più piccolo al più grande ma ha commesso due errori. Cerchia i numeri fuori posto. <table border="1"><tr><td>0,007</td><td>0,080</td><td>0,009</td><td>0,010</td><td>0,011</td><td>0,012</td><td>0,013</td><td>0,014</td><td>0,15</td><td>0,016</td><td>0,017</td></tr></table>	0,007	0,080	0,009	0,010	0,011	0,012	0,013	0,014	0,15	0,016	0,017	Risposta corretta: i due numeri sbagliati nell'ordinamento sono 0,080 e 0,15. <table border="1"><tr><td>0,007</td><td>0,080</td><td>0,009</td><td>0,010</td><td>0,011</td><td>0,012</td><td>0,013</td><td>0,014</td><td>0,15</td><td>0,016</td><td>0,017</td></tr></table> Lo studente deve individuare due errori in un ordinamento di numeri decimali. I tratta di errori diffusi che mettono in evidenza una non completa comprensione del sistema posizionale.	0,007	0,080	0,009	0,010	0,011	0,012	0,013	0,014	0,15	0,016	0,017	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Confrontare e ordinare numeri decimali OGGETTO DI VALUTAZIONE Ordinamento di numeri decimali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)
0,007	0,080	0,009	0,010	0,011	0,012	0,013	0,014	0,15	0,016	0,017														
0,007	0,080	0,009	0,010	0,011	0,012	0,013	0,014	0,15	0,016	0,017														
D13. Leggi sull'ingrandimento della bilancia (figura 2) quanto pesa la posata sul piatto (figura 1).  Figura 1 Figura 2 ☐ A. Circa 825 grammi ☐ B. Fra 900 e 950 grammi ☐ C. Fra 950 grammi e un chilo ☐ D. Circa 1 chilo e 50 grammi	Risposta corretta B Lo studente deve saper leggere uno strumento di misura (bilancia). Ogni tacca piccola corrisponde a 25 grammi e ogni tacca grande corrisponde a 50 grammi quindi la lancetta indica un peso superiore a 900 g e inferiore a 950 g.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Saper leggere uno strumento di misura. OGGETTO DI VALUTAZIONE Misure di grandezze continue attraverso strumenti PROCESSO PREVALENTE Saper riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (<i>saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...</i>)																						

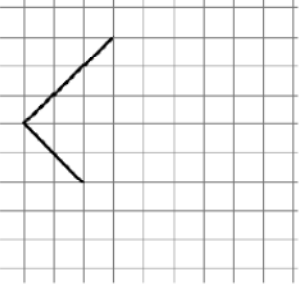
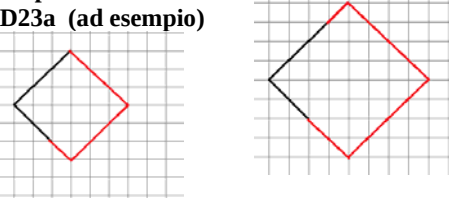
Domanda	Commento	Classificazione
D14. $\frac{2}{7}$ e $\frac{7}{2}$ indicano lo stesso numero? ☐ A. Sì, perché le cifre sono le stesse ☐ B. Sì, perché 7×2 è uguale a 2×7 ☐ C. No, perché $\frac{7}{2}$ è maggiore di un intero e $\frac{2}{7}$ no ☐ D. No, perché non sono numeri ma frazioni	Risposta corretta C Lo studente deve confrontare due frazioni e scegliere l'argomentazione corretta. Nel distrattore D l'affermazione (NO) è corretta, ma la motivazione non lo è.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Individuare una risposta corretta sulla base della motivazione OGGETTO DI VALUTAZIONE Frazioni equivalenti PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)
D15. Quanto misura (in cm) la linea spezzata disegnata qui sotto?  ☐ A. Circa 5 cm ☐ B. Circa 7 cm ☐ C. Circa 11 cm ☐ D. Circa 12 cm	Risposta corretta C Lo studente deve saper leggere uno strumento di misura (righello) e tener conto che in una parte della linea spezzata il righello non è posizionato sullo zero. La risposta D corrisponde alla somma delle due misure espresse dai righelli senza tener conto che in uno non si parte da zero. Le altre risposte corrispondono alla misura indicata da uno o dall'altro dei righelli.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Saper leggere uno strumento di misura (righello) OGGETTO DI VALUTAZIONE Misure di grandezze continue con oggetti e strumenti PROCESSO PREVALENTE Saper riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (<i>saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D16. Osserva i seguenti poligoni.  a. L'area di A misura cm². b. L'area di B misura cm².	Risposta corretta 10 cm² per entrambi i poligoni. Per il poligono A è sufficiente contare i quadretti tenendo conto che due mezzi quadretti ne formano uno intero; per il poligono B si può calcolare l'area del triangolo oppure contare i quadretti del rettangolo di area doppia e dividere per due. Si tratta di determinare l'area di figure per scomposizione.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Saper misurare l'area di figure irregolari utilizzando griglie o scomposizioni OGGETTO DI VALUTAZIONE Aree di poligoni PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione																																																																																												
D17. Osserva le seguenti tabelle. Popolazione residente all'1 Gennaio 2009 per età e sesso <table><tr><th colspan="4">Regione: Piemonte</th><th colspan="4">Regione: Veneto</th></tr><tr><th>Età</th><th>M</th><th>F</th><th>M e F</th><th>Età</th><th>M</th><th>F</th><th>M e F</th></tr><tr><td>6</td><td>19 072</td><td>18 289</td><td>37 361</td><td>6</td><td>23 665</td><td>22 095</td><td>45 760</td></tr><tr><td>7</td><td>19 126</td><td>18 111</td><td>37 237</td><td>7</td><td>23 408</td><td>21 974</td><td>45 382</td></tr><tr><td>8</td><td>19 697</td><td>18 554</td><td>38 251</td><td>8</td><td>24 082</td><td>22 728</td><td>46 810</td></tr><tr><td>9</td><td>19 250</td><td>17 864</td><td>37 114</td><td>9</td><td>23 287</td><td>22 302</td><td>45 589</td></tr><tr><td>10</td><td>19 138</td><td>18 030</td><td>37 168</td><td>10</td><td>23 348</td><td>22 160</td><td>45 508</td></tr><tr><td>11</td><td>18 793</td><td>18 037</td><td>36 830</td><td>11</td><td>23 044</td><td>21 955</td><td>44 999</td></tr><tr><td>TOTALE</td><td>115 076</td><td>108 885</td><td>223 961</td><td>TOTALE</td><td>140 834</td><td>133 214</td><td>274 048</td></tr></table> (rielaborazione da GeoDemo Istat.it) Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa. <table><tr><th></th><th></th><th>Vero</th><th>Falso</th></tr><tr><td>a.</td><td>In Piemonte le femmine residenti di 7 anni erano 18 554</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>b.</td><td>I maschi di ogni età considerata, residenti nel Veneto, erano sempre meno di 24 000</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>c.</td><td>Sia in Veneto sia in Piemonte, 8 anni è l'età con il maggior numero di bambini (M e F) residenti</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>d.</td><td>I bambini (M e F) dai 6 agli 11 anni residenti in Veneto e in Piemonte sono in totale più di 500 000</td><td>☐</td><td>☐</td></tr></table>	Regione: Piemonte				Regione: Veneto				Età	M	F	M e F	Età	M	F	M e F	6	19 072	18 289	37 361	6	23 665	22 095	45 760	7	19 126	18 111	37 237	7	23 408	21 974	45 382	8	19 697	18 554	38 251	8	24 082	22 728	46 810	9	19 250	17 864	37 114	9	23 287	22 302	45 589	10	19 138	18 030	37 168	10	23 348	22 160	45 508	11	18 793	18 037	36 830	11	23 044	21 955	44 999	TOTALE	115 076	108 885	223 961	TOTALE	140 834	133 214	274 048			Vero	Falso	a.	In Piemonte le femmine residenti di 7 anni erano 18 554	☐	☐	b.	I maschi di ogni età considerata, residenti nel Veneto, erano sempre meno di 24 000	☐	☐	c.	Sia in Veneto sia in Piemonte, 8 anni è l'età con il maggior numero di bambini (M e F) residenti	☐	☐	d.	I bambini (M e F) dai 6 agli 11 anni residenti in Veneto e in Piemonte sono in totale più di 500 000	☐	☐	Risposta corretta D17a Falso Le femmine di 7 anni residenti in Piemonte erano 18111. D17b Falso In Veneto i maschi di 8 anni sono 24082. D17c Vero Infatti In Piemonte sono 38251 e in Veneto sono 46819. D17d Falso I bambini residenti in Veneto e Piemonte dai 6 agli 11 anni sono 223961+274048=498009, quindi meno di 500000. Allo studente si chiede di saper leggere una tabella con dati numerici e di saper effettuare stime.	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Ricavare dati e informazioni da una tabella OGGETTO DI VALUTAZIONE Il collettivo statistico e i suoi elementi PROCESSO PREVALENTE Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>)
Regione: Piemonte				Regione: Veneto																																																																																										
Età	M	F	M e F	Età	M	F	M e F																																																																																							
6	19 072	18 289	37 361	6	23 665	22 095	45 760																																																																																							
7	19 126	18 111	37 237	7	23 408	21 974	45 382																																																																																							
8	19 697	18 554	38 251	8	24 082	22 728	46 810																																																																																							
9	19 250	17 864	37 114	9	23 287	22 302	45 589																																																																																							
10	19 138	18 030	37 168	10	23 348	22 160	45 508																																																																																							
11	18 793	18 037	36 830	11	23 044	21 955	44 999																																																																																							
TOTALE	115 076	108 885	223 961	TOTALE	140 834	133 214	274 048																																																																																							
		Vero	Falso																																																																																											
a.	In Piemonte le femmine residenti di 7 anni erano 18 554	☐	☐																																																																																											
b.	I maschi di ogni età considerata, residenti nel Veneto, erano sempre meno di 24 000	☐	☐																																																																																											
c.	Sia in Veneto sia in Piemonte, 8 anni è l'età con il maggior numero di bambini (M e F) residenti	☐	☐																																																																																											
d.	I bambini (M e F) dai 6 agli 11 anni residenti in Veneto e in Piemonte sono in totale più di 500 000	☐	☐																																																																																											
D18. Quale delle seguenti uguaglianze è vera? ☐ A. $\frac{1}{2} = 0,2$ ☐ B. $\frac{1}{2} = 0,5$ ☐ C. $\frac{1}{2} = 1,2$ ☐ D. $\frac{1}{2} = 1,5$	Risposta corretta B Lo studente deve saper confrontare due scritture diverse (frazione e numero decimale) dello stesso numero. I distrattori corrispondono ad errori comuni: ad esempio nel distrattore C sono presenti le stesse cifre presenti nella frazione.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Riconoscere scritture diverse dello stesso numero (frazione decimale, numero decimale) OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri decimali e frazioni PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)																																																																																												

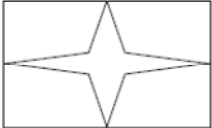
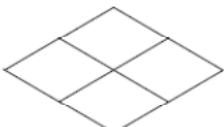
Domanda	Commento	Classificazione
D19. Leggi il seguente problema: “Angela compra in un supermercato dei sacchetti di patatine a 1,50 euro l'uno e una bottiglia di aranciata da 2,50 euro. Se paga con una banconota da 10 euro, quanto riceve di resto?” Per poter risolvere il problema quale dato <u>manca</u>? Risposta:	Risposta corretta: il numero di sacchetti di patatine. Si tratta di analizzare il testo del problema e di individuare il dato mancante per poter rispondere alla domanda del problema.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Dall'analisi del testo di un problema individuare dati mancanti OGGETTO DI VALUTAZIONE Dati di un problema PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare...</i>)
D20. Paolo ha costruito un modellino di carta come quello che vedi nella figura.  Lo ha poi aperto per far vedere ad un suo amico come lo aveva ricavato da un foglio di carta quadrato. Quale tra le seguenti figure mostra il foglio usato da Paolo per costruire il suo modellino?  Figura 1  Figura 2  Figura 3  Figura 4 ☐ A. Figura 1 ☐ B. Figura 2 ☐ C. Figura 3 ☐ D. Figura 4	Risposta corretta B Lo studente deve passare da una immagine di un oggetto tridimensionale alla sua rappresentazione piana e cogliere che tutte le piegature del modellino partono da un unico vertice	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Riconoscere relazioni fra forme e oggetti nello spazio e la loro rappresentazione bi-dimensionale OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione piana di figure solide PROCESSO PREVALENTE Saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>)

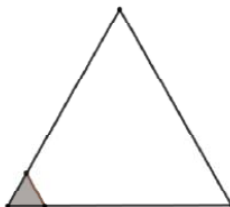
Domanda	Commento	Classificazione																									
D21. Il servizio meteorologico ha comunicato le seguenti temperature massime (in gradi centigradi) registrate negli ultimi quattro giorni del mese di aprile in quattro diverse città italiane. <table><tr><td></td><td>Milano</td><td>Bologna</td><td>Roma</td><td>Napoli</td></tr><tr><td>Lunedì</td><td>18°</td><td>22°</td><td>22°</td><td>21°</td></tr><tr><td>Martedì</td><td>14°</td><td>17°</td><td>20°</td><td>24°</td></tr><tr><td>Mercoledì</td><td>16°</td><td>18°</td><td>26°</td><td>24°</td></tr><tr><td>Giovedì</td><td>16°</td><td>19°</td><td>24°</td><td>22°</td></tr></table> a. Dove e in quale giorno della settimana si è registrata la temperatura massima più alta? Dove: In quale giorno: b. Quale è la media delle temperature massime registrate a Milano? Risposta:		Milano	Bologna	Roma	Napoli	Lunedì	18°	22°	22°	21°	Martedì	14°	17°	20°	24°	Mercoledì	16°	18°	26°	24°	Giovedì	16°	19°	24°	22°	Risposta corretta: D21a. Roma –mercoledì D21b. 16°C Lo studente nella domanda a) deve saper leggere una tabella a doppia entrata. Nella domanda b) calcolare la media delle temperature registrate in una città, lo studente può rispondere alla domanda b) “bilanciando” due valori (18° e 14°).	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Ricavare dati e informazioni da una tabella OGGETTO DI VALUTAZIONE Caratteri qualitativi e quantitativi PROCESSO PREVALENTE Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>)
	Milano	Bologna	Roma	Napoli																							
Lunedì	18°	22°	22°	21°																							
Martedì	14°	17°	20°	24°																							
Mercoledì	16°	18°	26°	24°																							
Giovedì	16°	19°	24°	22°																							
D22. Leggi il seguente problema: “Carlo compra 3 bustine di figurine che costano 0,90 euro l’una. Ogni bustina contiene 5 figurine. Quanto spende in tutto?” Scegli tra le seguenti espressioni quella che risolve correttamente il problema. ☐ A. $3 \times 5 \times 0,90$ ☐ B. $(3 + 5) \times 0,90$ ☐ C. $3 \times 0,90$ ☐ D. 3×5	Risposta corretta C Lo studente deve individuare l’espressione risolutiva di un problema moltiplicativo.. Nel testo del problema un dato è sovrabbondante (il numero delle figurine che sono in ciascuna bustina). Il distrattore A, infatti, prevede la moltiplicazione fra tutti i numeri presenti nel testo, anche il dato inutile.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Risolvere un problema con numeri decimali OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni fra numeri decimali PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>)																									

Domanda	Commento	Classificazione
D23. Osserva la seguente figura.  a. Completa la figura in modo da ottenere un quadrato. b. Spiega come hai fatto per disegnare il quadrato: 	Risposta corretta: D23a (ad esempio)  D23b: lo studente deve fare riferimento alle proprietà del quadrato: ad esempio al fatto che i lati sono di lunghezza uguale, oppure che gli angoli sono retti, oppure che le diagonali sono uguali, ecc. ▪ <i>Ho prolungato (allungato, continuato,...) il lato più corto fino a farlo diventare lungo come l'altro lato e poi ho disegnato gli altri due lati in modo che fossero tutti uguali.</i> ▪ <i>Ho prolungato (allungato, continuato,...) il lato più corto fino a farlo diventare lungo come l'altro lato e poi ho disegnato gli altri due in modo che gli angoli fossero retti.</i> ▪ <i>Ho prolungato (allungato, continuato,...) il lato più corto fino a farlo diventare lungo come l'altro e poi ho disegnato le diagonali uguali e ho completato il quadrato.</i> • La difficoltà è nella domanda D16b in quanto lo studente deve esplicitare la proprietà che ha utilizzato per disegnare il quadrato. Si può osservare che risposte che fanno riferimento al rombo rivelano una certa confusione nella terminologia. Ad esempio la presenza di risposte del tipo “<i>ho fatto in modo di disegnare un rombo perché poi quando si capovolge è un quadrato</i>” mettono in luce questo aspetto. La stessa domanda è presente nel fascicolo della classe I di sec. di I° grado.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Completare la rappresentazione di una figura piana assegnata OGGETTO DI VALUTAZIONE Figure geometriche nel piano PROCESSO PREVALENTE Domanda a – Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>) Domanda b - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D24. Il motorino di Giorgio consuma in media 1 litro di benzina per fare 20 km. a. Quanti chilometri all'incirca può fare con 4 litri? Risposta: chilometri b. Se ieri Giorgio ha percorso 50 km, quanti litri di benzina all'incirca ha consumato? Risposta: litri c. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta alla domanda b.	Risposta corretta: D24a. 80 D24b. 2,5 oppure due litri e mezzo D24c. esempi : - Se con 1 litro fa 20 km, con 2 litri fa 40 km e con 2 litri e mezzo fa 50 km. $50:20=2,5$ - Lo studente poteva rispondere anche a parole senza mostrare i calcoli, ad esempio. “Con un litro faccio 20 km , con il doppio ne faccio 40 e con la metà 10. Per fare 50 km servono 2 litri e mezzo”. Si tratta di un problema di proporzionalità dove nella prima domanda si devono trovare i km percorsi nella seconda i litri consumati per fare 50 km. Come dato viene fornito l'elemento di riduzione all'unità, in questo caso quanti km si fanno in media con un litro di benzina.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Risolvere un problema di proporzionalità OGGETTO DI VALUTAZIONE Rapporti e proporzione PROCESSO PREVALENTE Domanda a e b – Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>) Domanda c - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D25. Il seguente grafico riporta la densità della popolazione residente italiana (abitanti per km quadrato). DENSITÀ DELLA POPOLAZIONE RESIDENTE 1° gennaio 2006, abitanti per chilometro quadrato Fonte: ISTAT La densità della popolazione residente in Sicilia è uguale alla media dell'Italia. Tra le rimanenti regioni italiane, segna con una crocetta sulla cartina la regione che ha la densità di popolazione più vicina al valore medio italiano.	Risposta corretta: La crocetta deve essere posta sull'Emilia Romagna (densità uguale a 189). Lo studente deve individuare il numero più vicino a 195	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Ricavare dati e informazioni da una rappresentazione grafica OGGETTO DI VALUTAZIONE Prime rappresentazioni di dati (tabelle, pittogrammi, grafici a barre, ...) PROCESSO PREVALENTE Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D26. Osserva le seguenti figure  Figura 1  Figura 2  Figura 3  Figura 4 Quale figura ha un solo asse di simmetria? ☐ A. Figura 1 ☐ B. Figura 2 ☐ C. Figura 3 ☐ D. Figura 4	Risposta corretta C Lo studente deve individuare quale fra queste ha un solo asse di simmetria, l'attenzione è posta sull'aggettivo "solo".	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Individuare gli assi di simmetria di una figura OGGETTO DI VALUTAZIONE Elementi di una figura piana: assi di simmetria PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione																								
D27. Luigi deve ricoprire un triangolo equilatero di lato 6 cm con tessere anch'esse a forma di triangolo equilatero di lato 1 cm. Nella figura che vedi qui sotto è stata disegnata una tessera.  Di quante tessere ha bisogno in tutto? ☐ A. 6 ☐ B. 18 ☐ C. 36 ☐ D. 48	Risposta corretta C Lo studente può risolvere il quesito ricoprendo tutto il triangolo grande con le piccole tessere a forma di triangolo e quindi contarle. Un'altra strategia è quella di individuare una regolarità nelle “file” di triangolini che vanno a ricoprire il grande triangolo: ogni fila è costituita da un numero dispari di triangolini a partire da 11 e decrescendo fino a 1 ($11+9+7+5+3+1=36$). Un'altra strategia ancora è quella di individuare il numero di triangolini in ogni fila considerando separatamente i triangolino disposti in modo diverso ($6+5+5+4+4+3+3+2+2+1+1=36$).	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Tassellare un poligono con figure date OGGETTO DI VALUTAZIONE Composizione e scomposizione di figure PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)																								
D28. Scegli l'unità di misura più adatta, mettendo una crocetta per ogni riga della tabella. <table><tr><td></td><td></td><td>km</td><td>m</td><td>cm</td><td>mm</td></tr><tr><td>a.</td><td>lunghezza di una autostrada</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>b.</td><td>larghezza di un quaderno</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>c.</td><td>altezza di un edificio</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td></tr></table>			km	m	cm	mm	a.	lunghezza di una autostrada	☐	☐	☐	☐	b.	larghezza di un quaderno	☐	☐	☐	☐	c.	altezza di un edificio	☐	☐	☐	☐	Risposta corretta D28a. km D28b. cm D28c. m Lo studente deve individuare l'unità di misura più appropriata per misurare alcune grandezze.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Individuare l'unità di misura appropriata OGGETTO DI VALUTAZIONE Il Sistema Internazionale di Misura PROCESSO PREVALENTE Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (<i>saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura, ...</i>)
		km	m	cm	mm																					
a.	lunghezza di una autostrada	☐	☐	☐	☐																					
b.	larghezza di un quaderno	☐	☐	☐	☐																					
c.	altezza di un edificio	☐	☐	☐	☐																					

Domanda	Commento	Classificazione																				
D29. Indica se ciascuna affermazione è vera o falsa. <table><tr><td></td><td></td><td>Vero</td><td>Falso</td></tr><tr><td>a.</td><td>2,3 è maggiore di 2,05</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>b.</td><td>2.03 è minore di 2,5</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>c.</td><td>2,12 è maggiore di 2,5</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>d.</td><td>2,047 è minore di 2,05</td><td>☐</td><td>☐</td></tr></table>			Vero	Falso	a.	2,3 è maggiore di 2,05	☐	☐	b.	2.03 è minore di 2,5	☐	☐	c.	2,12 è maggiore di 2,5	☐	☐	d.	2,047 è minore di 2,05	☐	☐	Risposta corretta D29a. Vero D29b. Vero D29c. Falso D29d. Falso Lo studente deve confrontare numeri decimali, si richiede di conoscere la scrittura posizionale dei numeri decimali.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Confrontare e ordinare numeri decimali OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri decimali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)
		Vero	Falso																			
a.	2,3 è maggiore di 2,05	☐	☐																			
b.	2.03 è minore di 2,5	☐	☐																			
c.	2,12 è maggiore di 2,5	☐	☐																			
d.	2,047 è minore di 2,05	☐	☐																			
D30. Piero è in piedi davanti alla finestra della sua stanza che guarda verso SUD. Si gira a destra di 90° e poi ancora a destra di 90°.  In che direzione guarda adesso? ☐ A. Sud ☐ B. Ovest ☐ C. Nord ☐ D. Est	Risposta corretta C Lo studente deve riuscire a individuare una posizione individuata dai punti cardinali dopo una rotazione di 180°	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Riconoscere traslazioni e rotazioni in oggetti e figure OGGETTO DI VALUTAZIONE Rotazioni PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)																				

Servizio Nazionale di Valutazione
a.s. 2010/11
Guida alla lettura
Prova di Matematica
Classe prima – Scuola secondaria di I grado
(a cura di Rossella Garuti, Aurelia Orlandoni, Stefania Pozio)

I quesiti sono distribuiti negli ambiti secondo la tabella seguente

Ambito	Numero di domande	Numero di Item³
Numeri	9	12
Spazio figure	10	12
Dati e previsioni	5	8
Relazioni e funzioni	5	11
Totale	29	43

³ Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

Tabella della suddivisione degli item in relazione ad ambiti e processi

Processi/Ambiti	Numeri	Spazio e figure	Dati e Previsioni	Relazioni e funzioni	TOTALE
1. Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)		4	1	2	7
2. Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)	6	3		1	10
3. Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...)	2		1		3
4. Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...)	3		1	1	5
5. Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...)				4	4
6. Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...)	1	3		3	7
7. Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...)			5		5
8. Saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>).		2			2
TOTALE	12	12	8	11	43

Si riportano i risultati nazionali presi dal Rapporto 2011

MATEMATICA I SECONDARIA

Tavola XXXXX – Distribuzione percentuale delle risposte alle domande a scelta multipla nella prova di Matematica I secondaria

ITALIA						
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI			
			A	B	C	D
Numeri	D1	0,5	3,2	3,4	64,1	28,8
Relazioni e funzioni	D3a	0,2	3,5	2,2	2,1	92,0
Relazioni e funzioni	D3d	0,5	55,8	34,0	7,4	2,3
Dati e previsioni	D4	0,7	4,0	8,2	74,3	12,8
Spazio e figure	D7	0,4	33,8	16,9	35,0	13,9
Spazio e figure	D9	0,2	9,7	39,3	26,4	24,3
Spazio e figure	D12	1,1	43,4	12,1	33,2	10,2
Numeri	D14a	2,6	24,0	26,9	6,7	39,8
Dati e previsioni	D15	1,0	17,8	14,8	39,1	27,2
Numeri	D18	1,2	14,5	34,9	13,4	36,1
Dati e previsioni	D21	0,7	34,0	13,7	45,6	6,1
Numeri	D23	2,2	12,1	21,7	53,3	10,6
Numeri	D24	1,6	14,8	38,5	24,5	20,6
Relazioni e funzioni	D25a	10,3	9,9	16,3	10,1	53,5
Spazio e figure	D26	2,6	57,8	16,7	9,0	13,9
Dati e previsioni	D27a	1,8	77,7	8,2	5,2	7,2
Numeri	D28	2,2	6,0	27,0	24,3	40,5
Spazio e figure	D29	1,5	14,7	15,3	43,1	25,4

Tavola XXXXX – Distribuzione percentuale delle risposte alle domande a scelta multipla nella prova di Matematica I secondaria

ITALIA						
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI			
			Risposta 1	Risposta 2	Risposta 3	Risposta 4
Numeri	D22a	5,3	40,4	10,0	17,3	27,0
Numeri	D22b	5,7	14,8	28,0	28,7	22,8
Numeri	D22c	8,2	10,9	12,4	17,3	51,2

Tavola XXXXX – Distribuzione percentuale delle risposte alle domande a due modalità di risposta nella prova di Matematica I secondaria

ITALIA				
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI	
			Sì	No
Relazioni e funzioni	D10a	2,3	39,2	58,5

Tavola XXXXX – Distribuzione percentuale delle risposte alle domande a risposta aperta univoca nella prova di Matematica I secondaria

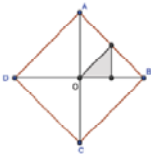
ITALIA				
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI	
			Errata	Corretta
Spazio e figure	D2	4,5	40,2	55,3
Relazioni e funzioni	D3b	1,7	38,9	59,4
Relazioni e funzioni	D3c	4,3	48,3	47,5
Spazio e figure	D5	1,8	65,1	33,1
Spazio e figure	D6	0,7	11,3	88,0
Numeri	D8	3,9	85,1	10,9
Relazioni e funzioni	D10b	7,1	56,7	36,2
Relazioni e funzioni	D10c	8,9	52,7	38,4
Numeri	D11	5,6	66,3	28,0
Dati e previsioni	D13a	2,2	29,3	68,5
Dati e previsioni	D13b	2,7	29,9	67,4
Dati e previsioni	D13c	6,0	50,1	43,9
Numeri	D14b	7,9	74,1	18,1
Spazio e figure	D16a	2,5	19,0	78,5
Spazio e figure	D16b	8,2	46,4	45,4
Spazio e figure	D17a	10,5	48,4	41,2
Spazio e figure	D17b	6,2	62,7	31,0
Relazioni e funzioni	D19	21,8	69,9	8,3
Relazioni e funzioni	D20	5,1	64,8	30,2
Relazioni e funzioni	D25b	25,1	39,7	35,2
Dati e previsioni	D27b	13,1	31,5	55,4

Di seguito viene proposta un'analisi dei quesiti utilizzando una tabella a tre colonne:

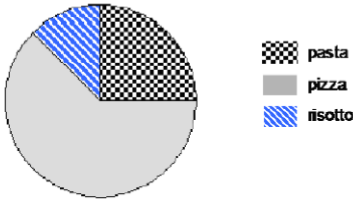
- nella prima è indicato il testo del quesito
- nella seconda un commento didattico
- nella terza l'ambito e i processi facendo riferimento al *Quadro di riferimento* delle prove SNV pubblicato sul sito INVALSI

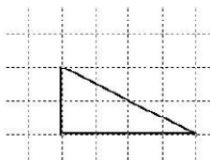
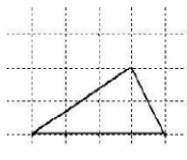
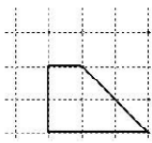
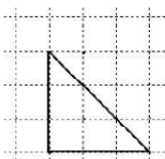
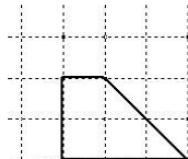
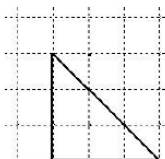
È importante sottolineare che la classificazione proposta è solo indicativa e non deve rappresentare un vincolo per l'interpretazione del risultato: in matematica ogni domanda coinvolge spesso diversi ambiti, e la risposta richiede processi di diversa natura. Seguendo la prassi internazionale, si indicano l'ambito e il processo *prevalenti*, tenendo presente che spesso la scelta di un particolare distrattore può indicare difficoltà o lacune in altri ambiti o in altri processi.

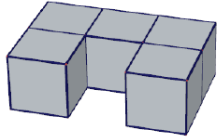
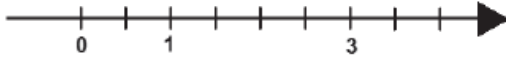
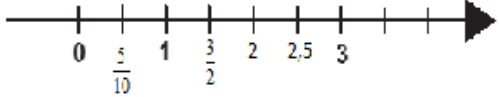
GUIDA ALLA LETTURA

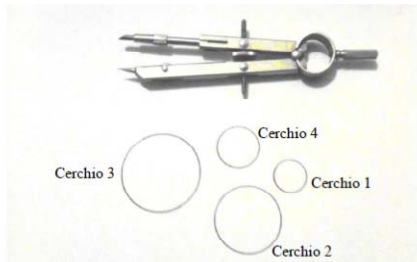
Domanda	Commento	Classificazione
D1. Un gestore di telefonia mobile fa pagare 0,02 € come scatto alla risposta e 0,01 € per ogni secondo di telefonata. Se fai una telefonata di 36 secondi, quanto spendi? ☐ A. 0,42 € ☐ B. 0,40 € ☐ C. 0,38 € ☐ D. 0,36 €	Risposta corretta C Si deve moltiplicare il tempo, 36 secondi, per il costo di ogni secondo e aggiungere il costo di 0,02 € per lo scatto alla risposta. $0,01 \times 36 + 0,02 = 0,38$ € La risposta D corrisponde al calcolo senza tener conto dello scatto alla risposta. Le risposte A e B corrispondono ad errori di calcolo.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Risolvere un problema con numeri decimali OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni fra numeri decimali PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>)
D2. Nel quadrato ABCD sono stati uniti i punti medi del lato AB e del segmento OB.  Con quanti triangoli come quello colorato in grigio si riesce a ricoprire esattamente la superficie del quadrato ABCD? Risposta:	Risposta corretta: 16 triangoli. Per rispondere alla domanda lo studente deve vedere che il triangolo ABO viene ricoperto da 4 triangoli equivalenti a quello colorato di grigio. Se ognuno dei 4 triangoli in cui il quadrato è suddiviso viene ricoperto da 4 triangoli equivalenti a quello grigio allora per trovare quanti sono i triangoli che ricoprono la superficie del quadrato ABCD basta moltiplicare per quattro: $4 \times 4 = 16$. La difficoltà sta proprio nell'identificazione dei quattro triangoli equivalenti che ricoprono un quarto del quadrato. Una risposta che mette in luce questa difficoltà potrebbe essere 12 triangoli. In questo caso si considerano tre triangoli non equivalenti fra loro e si moltiplica per quattro.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Saper scomporre figure equivalenti OGGETTO DI VALUTAZIONE: Equivalenza fra figure piane PROCESSO PREVALENTE: Saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D3. Angelo, Marco, Piero e Samuel partecipano a una corsa campestre. • Angelo taglia il traguardo alle 15:03 • Samuel arriva 10 minuti prima di Angelo • Piero arriva 7 minuti dopo Samuel • Marco arriva 2 minuti dopo Piero a. Chi vince? ☐ A. Angelo ☐ B. Marco ☐ C. Piero ☐ D. Samuel b. A che ora taglia il traguardo Samuel? Risposta: c. Quanti minuti di distacco ci sono tra Piero e Angelo? Risposta: d. Chi arriva ultimo? ☐ A. Angelo ☐ B. Marco ☐ C. Piero ☐ D. Samuel	Risposte corrette: D3a. Samuel D3b. 14:53 D3c. 3 minuti D3d. Angelo La difficoltà della domanda sta nell'individuazione di una strategia di confronto dei tempi di arrivo dei quattro corridori. Una prima strategia è quella di stabilire l'orario di arrivo di ognuno dei partecipanti la gara. Angelo arriva alle 15:03, Samuel alle 14:53, Piero alle 15:00 e Marco alle 15.02. Stabilito l'ora di arrivo di ognuno diventa più semplice confrontare l'ordine di arrivo. Un'altra strategia di soluzione consiste nel confronto globale delle relazioni fra i 4 protagonisti : Per la domanda a) Samuel arriva per primo perché arriva 10 minuti prima di Angelo, Piero e Marco arrivano dopo Samuel. Per rispondere alla domanda c) è sufficiente confrontare Samuel e Piero $10-7=3$. Per rispondere alla domanda d) si possono confrontare le differenze dei tempi di Piero e Marco $7+2 = 9$ quindi Angelo è l'ultimo. Solo per la domanda b) è richiesto il calcolo dell'ora di arrivo. Le domande a) e d) mettono in gioco la relazione d'ordine fra i tempi di arrivo dei corridori, mentre le domande b) e c) comportano operazioni fra misure di tempo. In particolare la risposta alla domanda b) implica una trasformazione nel sistema sessagesimale.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO individuare relazioni d'ordine OGGETTO DI VALUTAZIONE Ordinamenti PROCESSO PREVALENTE Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (<i>saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D4. Sono stati intervistati i 400 alunni di una scuola per conoscere quale sia il loro piatto preferito. I risultati sono rappresentati nel diagramma a torta sottostante.  Quant'ali alunni preferiscono la pizza? ☐ A. 50 ☐ B. 100 ☐ C. 250 ☐ D. 300	Risposta corretta C Per rispondere lo studente deve interpretare la rappresentazione di un grafico a torta. Infatti $\frac{1}{4}$ corrisponde a 100 alunni e la metà di $\frac{1}{4}$ è 50 quindi la parte rimanente (pizza) è $400 - 150 = 250$. Un'altra strategia di soluzione può essere quella di cogliere che la parte rappresentata dalla pizza è data dalla metà del grafico a torta (200) più la metà di $\frac{1}{4}$ cioè 50 quindi in tutto 250. Si richiede allo studente di trasformare una rappresentazione grafica in numeri.	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Ricavare dati e informazioni da un grafico OGGETTO DI VALUTAZIONE Diagrammi di vario tipo PROCESSO PREVALENTE . Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D5. Osserva le seguenti quattro figure.  Figura 1  Figura 2  Figura 3  Figura 4 Tre di esse hanno la stessa area. Quali sono? Risposta:	Risposta corretta: Figura 1, 2 e 3 Lo scolaro può confrontare le aree dei poligoni utilizzando le formule delle aree: Figura 1: $4 \times 2 : 2 = 4$ Figura 2 $4 \times 2 : 2 = 4$ Figura 4 $3 \times 3 : 2 = 4,5$ Non è necessario trovare l'area della Figura 3, in quanto la domanda presuppone una sola figura con area diversa che è la Figura 4. Il confronto fra le aree può avvenire anche attraverso scomposizioni di figure, infatti la Figura 3 si può scomporre in un triangolo di base 2 quadretti e altezza 4 quadretti equivalente alle Figure 1 e 2. Sono naturalmente possibili diverse strategie di scomposizione come ad esempio trasformare il trapezio in un rettangolo equivalente e quindi più facilmente confrontabile con le aree delle altre figure.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Calcolare e confrontare aree di poligoni OGGETTO DI VALUTAZIONE Equivalenza fra figure PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)
D6. Osserva le seguenti figure.  Figura 1  Figura 2 Quale delle due ha il perimetro maggiore? Risposta:	Risposta corretta : Figura 2 Per rispondere lo studente deve confrontare i perimetri delle due Figure facendo riferimento alla quadrettatura. Nella Figura 1 ci sono 6 pezzi che corrispondono al lato del quadretto e 2 pezzi alla diagonale, mentre nella Figura 2 i pezzi che corrispondono alla diagonale del quadretto sono 3 e i pezzi che corrispondono al lato del quadretto rimangono 6.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Calcolare e confrontare perimetri di poligoni OGGETTO DI VALUTAZIONE Equivalenza fra figure PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)

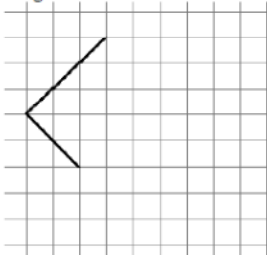
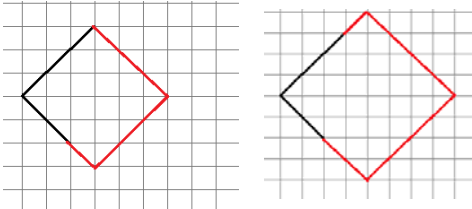
Domanda	Commento	Classificazione
D7. Il solido che vedi in figura è stato ottenuto incollando insieme 5 cubetti di legno.  Se vuoi colorare completamente di rosso la superficie del solido, quante facce di cubetti devi colorare di rosso? ☐ A. 5 ☐ B. 11 ☐ C. 22 ☐ D. 30	Risposta corretta C Lo studente per rispondere correttamente deve immaginare anche le facce che non si vedono direttamente nel disegno, interpretare un oggetto tridimensionale rappresentato nel piano. Il distrattore A corrisponde alla risposta di chi considera la superficie come la parte "sopra" e quindi considera solo le 5 facce superiori. Il distrattore B se si considerano solo le facce che si vedono nel disegno e infine il distrattore D equivale a considerare tutte le facce dei 5 cubetti ($6 \times 5 = 30$).	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Riconoscere relazioni fra forme e oggetti nello spazio e la loro rappresentazione bi-dimensionale OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione piana di figure solide PROCESSO PREVALENTE Saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>)
D8. Posiziona sulla retta i seguenti numeri: 2 2,5 $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{10}$ 	Risposta corretta:  Lo studente deve trasformare le frazioni in numeri decimali o viceversa e collocarli sulla retta numerica. L'uso della retta dei numeri come modello di rappresentazione dei numeri naturali viene in genere introdotto alla scuola primaria nei primi anni e dovrebbe continuare quando si introducono i razionali. Probabilmente le difficoltà che gli studenti possono incontrare riguardano la collocazione sulla retta di $\frac{3}{2}$ e $\frac{5}{10}$.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Ordinare numeri interi, decimali e frazioni e collocarli su una retta ordinata OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri decimali e frazioni PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D9. Osserva la figura.  Quale cerchio è stato disegnato con il compasso che ha l'apertura che vedi in figura? ☐ A. Cerchio 1 ☐ B. Cerchio 2 ☐ C. Cerchio 3 ☐ D. Cerchio 4	Risposta corretta: B L'uso degli strumenti (riga, compasso, ecc.) per disegnare figure piane è previsto fin dalla scuola primaria. Per rispondere correttamente lo studente deve aver usato il compasso per disegnare cerchi e sapere che l'apertura del compasso corrisponde al raggio del cerchio. Infatti il cerchio 2 ha il diametro di circa 2 cm e l'apertura del compasso è di circa 1 cm. Il cerchio 1, che potrebbe essere il distrattore più forte, è un cerchio di diametro 1 cm, che potrebbe essere scelto da chi confonde il diametro con il raggio.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Riconoscere la figura costruita con uno strumento (compasso) OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazioni di figure nel piano PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)
D10. Nel disegno è rappresentata una bilancia in equilibrio. Su un piatto ci sono 6 palline, tutte dello stesso peso, e 2 cubetti, anch'essi di peso uguale fra loro. Sull'altro piatto ci sono 2 palline e 10 cubetti.  a. Se su un piatto della bilancia si aggiunge una pallina e sull'altro un cubetto, la bilancia rimane in equilibrio? ☐ Si ☐ No	Risposta corretta: D10a NO D10b La giustificazione deve far riferimento al peso diverso della pallina e del cubetto. (Ad esempio: <i>Perché il cubetto non ha lo stesso peso della pallina</i>). D10c: 2 Per rispondere correttamente alla domanda a e b lo studente può anche semplicemente basarsi sul fatto che il numero di palline e cubetti nei due piatti non è lo stesso quindi non possono avere lo stesso peso essendo la bilancia in equilibrio. Inoltre si può argomentare osservando che il numero di palline in un piatto è minore del numero di cubetti nell'altro, quindi la pallina pesa di più del cubetto. Per rispondere alla domanda c è necessaria una strategia che potrebbe consistere nel togliere 2 cubetti e due palline da entrambi i piatti,	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Individuare relazioni fra grandezze OGGETTO DI VALUTAZIONE Relazioni PROCESSO PREVALENTE Domanda a – Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>) Domanda b – Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>) Domanda c - Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico,</i>

Domanda	Commento	Classificazione
b. Giustifica la tua risposta. c. Completa la frase seguente inserendo il numero corretto al posto dei puntini. Il peso di una pallina corrisponde al peso di cubetto/i.	mantenendo così l'equilibrio; rimangono 4 palline da una parte e 8 cubetti dall'altra. Si conclude che 1 pallina pesa come 2 cubetti La bilancia in equilibrio è una prima rappresentazione di problemi con equazioni $2c+6p=2p+10c$. Si tratta di una modellizzazione matematica del problema che potrebbe essere utilizzata in un secondo momento nella giustificazione della risposta alla domanda c).	<i>geometrico...</i>)
D11. Quale numero si ottiene aggiungendo 1 millesimo a 4,3699? Risposta:	Risposta corretta 4, 3709 Lo studente deve trasformare un millesimo in 0,001 e sommarlo a 4,3699. Un errore comune consiste nel trasformare un millesimo in 0,0001 che sommato a 4,3699 dà 4,3700.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Operare con numeri decimali OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni fra numeri decimali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D12. Nella cartina geografica sono indicate le principali città del Portogallo. Tra di esse ci sono: Lisbona, la capitale (in portoghese Lisboa), Portalegre (a circa 160 km da Lisbona), vicino al confine con la Spagna, e Faro (a circa 210 km da Lisbona), sulla costa atlantica meridionale.  La distanza in linea d'aria tra le città di Faro e Portalegre è ☐ A. circa 370 km ☐ B. circa 50 km ☐ C. sicuramente minore di 370 km e maggiore di 50 km ☐ D. sicuramente maggiore di 370 km e minore di 500 km	Risposta corretta C Lo studente deve cogliere che unendo i punti sulla cartina corrispondenti a Faro, Lisbona e Portalegre si ottiene un triangolo e che quindi la distanza tra le città di Faro e Portalegre sarà sicuramente minore di 370 km e maggiore di 50 km, in quanto in un triangolo un lato è sempre minore della somma degli altri due e maggiore della loro differenza. Un distrattore molto forte è A (circa 370 km) perché a “occhio” potrebbe anche essere, ma la risposta C implica una conoscenza di natura geometrica e non semplicemente la stima di una distanza.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Utilizzare proprietà dei triangoli OGGETTO DI VALUTAZIONE Disuguaglianza triangolare PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D13. Il grafico rappresenta le temperature massime e minime rilevate tutti i giorni, dal 7 al 18 gennaio 2009, dagli studenti di una scuola. a. Qual è la temperatura massima più alta che è stata registrata? Risposta: b. In che giorno si è registrata la temperatura minima più bassa? Risposta: c. Quali sono i giorni in cui la temperatura <u>non</u> è scesa sotto lo zero? Risposta:	Risposta corretta: D13a: 8 °C (unità di misura non richiesta) D13b :13 (gennaio) D13c: 15 e 16 (gennaio) Lo studente deve saper leggere un grafico relativo alle temperature massime e minime registrate in un certo periodo. Le domande a) e b) corrispondono alla lettura della temperatura in ordinata e alla lettura del giorno in ascissa. La domanda c) implica una lettura più approfondita del grafico: i grafici delle temperature massime e minime vanno presi in considerazione insieme per poter vedere quando la temperatura non è mai scesa sotto lo zero. Si può notare che la temperatura minima è sempre stata sotto lo zero ad eccezione di due giorni: il 15 e il 16 gennaio.	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Ricavare dati e informazioni da un grafico OGGETTO DI VALUTAZIONE Diagrammi di vario tipo PROCESSO PREVALENTE Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>)
D14. A una conferenza sono presenti 60 persone. Gli uomini sono 12 più delle donne. a. Quante sono le donne? ☐ A. 18 ☐ B. 24 ☐ C. 42 ☐ D. 48 b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta: 	Risposta corretta D14a: B D14b: le strategie di soluzione possono essere diverse, ad esempio: • $(60 - 12) : 2 = 24$ • $(60:2) = 30 \quad 30-6=24$ • <i>Ho sottratto il numero degli uomini in più e poi ho diviso a metà.</i> Un distrattore forte è rappresentato da D (48) che rappresenta la differenza fra 60 e 12 e gli studenti dimenticano di dividere per due. In questo caso non controllano la relazione fra il numero degli uomini e delle donne.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Risolvere problemi utilizzando numeri naturali OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni fra numeri naturali PROCESSO PREVALENTE Domanda a – Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>)

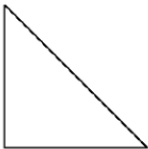
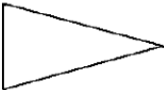
Domanda	Commento	Classificazione														
		Domanda b - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)														
D15. Nella seguente tabella è indicato il numero di clienti che il ristorante “Da zia Aurelia” ha avuto nel corso di una settimana. <table><tr><th>Lunedì</th><th>Martedì</th><th>Mercoledì</th><th>Giovedì</th><th>Venerdì</th><th>Sabato</th><th>Domenica</th></tr><tr><td>10</td><td>15</td><td>5</td><td>30</td><td>50</td><td>100</td><td>100</td></tr></table> Il proprietario dice che in quella settimana i clienti sono stati in media 50 al giorno ma si sbaglia. Perché? ☐ A. Perché per due giorni i clienti sono stati 100 ☐ B. Perché la media è superiore a 50 ☐ C. Perché la media è inferiore a 50 ☐ D. Perché solo il venerdì i clienti sono stati 50	Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica	10	15	5	30	50	100	100	Risposta corretta C Lo studente deve scegliere tra diverse opzioni che spiegano perché la media 50 non è quella corretta. Lo studente può rispondere calcolando la media: $(10+15+5+30+50+100+100):7= 44$ La risposta D corrisponde all’idea che affinché la media sia 50 è necessario che tutti i giorni i clienti siano 50.	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Utilizzare le proprietà della media aritmetica per rispondere a domande OGGETTO DI VALUTAZIONE Media aritmetica PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)
Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica										
10	15	5	30	50	100	100										
D16. Osserva la seguente figura.  a. Completa la figura in modo da ottenere un quadrato. b. Spiega come hai fatto per disegnare il quadrato: 	Risposta corretta: D16a (ad esempio)  D16b: lo studente deve fare riferimento alle proprietà del quadrato: ad esempio al fatto che i lati sono di lunghezza uguale, oppure che gli angoli sono retti, oppure che le diagonali sono uguali, ecc. ▪ <i>Ho prolungato (allungato, continuato,...) il lato più corto fino a farlo diventare lungo come l’altro lato e poi ho disegnato gli altri due lati in modo che fossero tutti uguali.</i> ▪ <i>Ho prolungato (allungato, continuato,...) il lato più corto fino a farlo diventare lungo come l’altro lato e poi ho disegnato gli altri due in modo che gli angoli</i>	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Completare la rappresentazione di una figura piana assegnata OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione di figure nel piano PROCESSO PREVALENTE Domanda a – Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>) Domanda b - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)														

Domanda	Commento	Classificazione
	<i>fossero retti.</i> ▪ <i>Ho prolungato (allungato, continuato,...) il lato più corto fino a farlo diventare lungo come l'altro e poi ho disegnato le diagonali uguali e ho completato il quadrato.</i> • La difficoltà è nella domanda D16b in quanto lo studente deve esplicitare la proprietà che ha utilizzato per disegnare il quadrato. Si può osservare che risposte che fanno riferimento al rombo rivelano una certa confusione nella terminologia. Ad esempio la presenza di risposte del tipo “<i>ho fatto in modo di disegnare un rombo perché poi quando si capovolge è un quadrato</i>” mettono in luce questo aspetto. La stessa domanda è presente nel fascicolo di classe V primaria	
D17. Osserva l'orologio in figura.  a. Qual è l'ampiezza dell'angolo che la lancetta dei minuti, girando, descrive in mezz'ora? Risposta: b. Che ora sarà quando la lancetta dei minuti avrà descritto un angolo di 90°? Risposta:	Risposta corretta: D17a: 180° oppure piatto D 17b: 11:15 o scritture equivalenti Lo studente deve prima di tutto saper leggere l'ora su un orologio analogico e conoscere l'idea di angolo come rotazione.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Misurare di angoli in situazioni concrete OGGETTO DI VALUTAZIONE Angoli e loro ampiezza PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)
D18. Solo una delle seguenti operazioni dà come risultato un numero dispari, maggiore di mille e divisibile per tre. Quale? ☐ A. $1000+3$ ☐ B. 1000×3 ☐ C. $3000:3$ ☐ D. $3000-3$	Risposta corretta D Lo studente deve tener conto nella risposta di diverse condizioni: maggiore di mille, dispari e divisibile per tre. Nella risposta A, 1003, è maggiore di 1000, dispari, ma non divisibile per tre Nella risposta B, 3000, è maggiore di 1000, divisibile per 3 ma pari	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Individuare multipli e divisori di un numero naturale OGGETTO DI VALUTAZIONE Proprietà dei numeri naturali

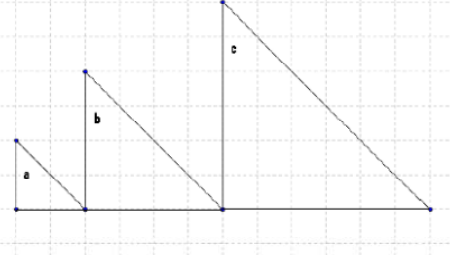
Domanda	Commento	Classificazione
	Nella risposta C, 1000, non è maggiore di 1000 né dispari, né divisibile per 3 Nella risposta D $3000-3=2997$ è un numero maggiore di mille, dispari e divisibile per 3.	PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)
D19. Un bastoncino viene prima diviso a metà, poi ognuna delle due metà viene divisa di nuovo a metà, e così via.  Prima suddivisione Seconda suddivisione ... Mostra l'operazione che ti permette di trovare il numero di pezzi dopo 10 suddivisioni. Risposta:	Risposta corretta: ▪ 2^{10} ▪ <i>l'operazione è la potenza, cioè devo elevare 2 alla 10</i> ▪ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ Lo studente deve leggere con attenzione il testo della domanda in quanto NON si chiede quanti sono i pezzi dopo 10 suddivisioni, ma qual è l'operazione che consente di trovare il numero dei pezzi. Il termine suddivisione potrebbe indurre qualche studente a pensare all'operazione di divisione (ad esempio 1:10). In gioco è il significato dell'operazione di potenza.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Individuare l'operazione utile per trovare il risultato di una sequenza OGGETTO DI VALUTAZIONE Ricerca di regolarità in sequenze di figure PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)
D20. Per preparare un tortino di patate per 4 persone servono: • 600 g di patate • 300 g di passata di pomodoro • 2 acciughe sotto sale • capperi, olive, olio e sale a piacere. Carlo fa un tortino più grande usando gli stessi ingredienti in queste quantità: • 1500 g di patate • 750 g di passata di pomodoro • 5 acciughe sotto sale • capperi, olive, olio e sale a piacere. Per quante persone Carlo ha preparato il tortino? Risposta:	Risposta corretta: 10 E' un problema di proporzionalità. Per rispondere lo studente deve scegliere uno degli ingredienti e vedere il rapporto con la seconda ricetta. Ad esempio potrebbe prendere in considerazione la quantità di patate e $1500:600=2,5$ che corrisponde a due volte e mezzo quindi $4 \times 2,5=10$. E' anche possibile una strategia di riduzione all'unità: per 1 persona servono 150 g di patate ($600:4$) quindi se uso 1500 g la ricetta è per 10 persone. Un'altra strategia consiste nel considerare il rapporto in questo modo: $600+600+300=1500$ g (quantità di patate nella seconda ricetta) quindi $4+4+2=10$.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Utilizzare relazioni fra grandezze (raddoppiare, dimezzare, aumentare,...) per risolvere problemi OGGETTO DI VALUTAZIONE Grandezze direttamente inversamente proporzionali PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione																									
D21. Si lanciano due dadi e si calcola la <u>differenza</u> dei punti sui due dadi. In quanti modi si può ottenere 0?  ☐ A. Mai ☐ B. In un solo modo ☐ C. In 6 modi ☐ D. In 12 modi <tr><td> D22. In ciascuna delle seguenti operazioni una delle cifre è coperta. 1. $50 \blacksquare \times 22 =$ 2. $98 \times 8 \blacktriangledown =$ 3. $143 \blacktriangle \times 4 =$ 4. $3 \times 25 \blacklozenge 3 =$ Rispondi alle domande che seguono mettendo una crocetta per ogni riga della tabella. <table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>a.</td><td>Quale delle operazioni dà il risultato maggiore?</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>b.</td><td>Quale delle operazioni dà il risultato minore?</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>c.</td><td>Quale delle operazioni dà come risultato un numero dispari?</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td></tr></table></td><td> Risposta corretta: D22a: operazione 1 D22b: operazione 3 D22c: operazione 4 Lo studente deve saper stimare un risultato. Per rispondere alla domanda a) può osservare che il risultato della prima operazione è sicuramente maggiore di 1000. Per rispondere alla domanda b) l’operazione 3 dà un risultato sicuramente inferiore a 6000 (1500x4). Per rispondere alla domanda c) lo studente deve osservare che in tutti i casi, eccetto l’operazione 4 il risultato è sempre pari in quanto si moltiplica sempre per un numero pari, oppure osservare che nell’operazione 4 vengono moltiplicati fra loro due numeri dispari e quindi il risultato non potrà che essere dispari. </td><td> AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Risolvere problemi elencando/analizzando eventi elementari operando anche per tentativi OGGETTO DI VALUTAZIONE Evento certo, possibile e impossibile PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>) AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Stimare il risultato di un’operazione OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni fra numeri decimali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>) </td></tr>	D22. In ciascuna delle seguenti operazioni una delle cifre è coperta. 1. $50 \blacksquare \times 22 =$ 2. $98 \times 8 \blacktriangledown =$ 3. $143 \blacktriangle \times 4 =$ 4. $3 \times 25 \blacklozenge 3 =$ Rispondi alle domande che seguono mettendo una crocetta per ogni riga della tabella. <table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>a.</td><td>Quale delle operazioni dà il risultato maggiore?</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>b.</td><td>Quale delle operazioni dà il risultato minore?</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>c.</td><td>Quale delle operazioni dà come risultato un numero dispari?</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td></tr></table>			1	2	3	4	a.	Quale delle operazioni dà il risultato maggiore?	☐	☐	☐	☐	b.	Quale delle operazioni dà il risultato minore?	☐	☐	☐	☐	c.	Quale delle operazioni dà come risultato un numero dispari?	☐	☐	☐	☐	Risposta corretta: D22a: operazione 1 D22b: operazione 3 D22c: operazione 4 Lo studente deve saper stimare un risultato. Per rispondere alla domanda a) può osservare che il risultato della prima operazione è sicuramente maggiore di 1000. Per rispondere alla domanda b) l’operazione 3 dà un risultato sicuramente inferiore a 6000 (1500x4). Per rispondere alla domanda c) lo studente deve osservare che in tutti i casi, eccetto l’operazione 4 il risultato è sempre pari in quanto si moltiplica sempre per un numero pari, oppure osservare che nell’operazione 4 vengono moltiplicati fra loro due numeri dispari e quindi il risultato non potrà che essere dispari.	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Risolvere problemi elencando/analizzando eventi elementari operando anche per tentativi OGGETTO DI VALUTAZIONE Evento certo, possibile e impossibile PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>) AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Stimare il risultato di un’operazione OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni fra numeri decimali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)
D22. In ciascuna delle seguenti operazioni una delle cifre è coperta. 1. $50 \blacksquare \times 22 =$ 2. $98 \times 8 \blacktriangledown =$ 3. $143 \blacktriangle \times 4 =$ 4. $3 \times 25 \blacklozenge 3 =$ Rispondi alle domande che seguono mettendo una crocetta per ogni riga della tabella. <table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>a.</td><td>Quale delle operazioni dà il risultato maggiore?</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>b.</td><td>Quale delle operazioni dà il risultato minore?</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>c.</td><td>Quale delle operazioni dà come risultato un numero dispari?</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td></tr></table>			1	2	3	4	a.	Quale delle operazioni dà il risultato maggiore?	☐	☐	☐	☐	b.	Quale delle operazioni dà il risultato minore?	☐	☐	☐	☐	c.	Quale delle operazioni dà come risultato un numero dispari?	☐	☐	☐	☐	Risposta corretta: D22a: operazione 1 D22b: operazione 3 D22c: operazione 4 Lo studente deve saper stimare un risultato. Per rispondere alla domanda a) può osservare che il risultato della prima operazione è sicuramente maggiore di 1000. Per rispondere alla domanda b) l’operazione 3 dà un risultato sicuramente inferiore a 6000 (1500x4). Per rispondere alla domanda c) lo studente deve osservare che in tutti i casi, eccetto l’operazione 4 il risultato è sempre pari in quanto si moltiplica sempre per un numero pari, oppure osservare che nell’operazione 4 vengono moltiplicati fra loro due numeri dispari e quindi il risultato non potrà che essere dispari.	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Risolvere problemi elencando/analizzando eventi elementari operando anche per tentativi OGGETTO DI VALUTAZIONE Evento certo, possibile e impossibile PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>) AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Stimare il risultato di un’operazione OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni fra numeri decimali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)	
		1	2	3	4																						
a.	Quale delle operazioni dà il risultato maggiore?	☐	☐	☐	☐																						
b.	Quale delle operazioni dà il risultato minore?	☐	☐	☐	☐																						
c.	Quale delle operazioni dà come risultato un numero dispari?	☐	☐	☐	☐																						

Domanda	Commento	Classificazione
D23. Sergio sale sull'autobus e timbra il biglietto, che vale per 90 minuti, alle ore 9:04. Scende in centro per fare spese e ritorna alla fermata dell'autobus alle 9:58. Il tragitto fino a casa dura circa 10 minuti. Entro quanto tempo deve arrivare l'autobus perché Sergio possa utilizzare ancora lo stesso biglietto? ☐ A. Cinque minuti ☐ B. Un quarto d'ora ☐ C. 26 minuti ☐ D. 48 minuti	Risposta corretta C Lo studente deve saper fare operazioni con le misure di tempo (a base sessagesimale), e saperle trasformare. 90 minuti corrispondono a 1 ora e 30 minuti, quindi Sergio deve rientrare entro le 10:34 (9:04+ 1:30). Se riprende l'autobus alle 9:58 e il tragitto dura 10 minuti deve considerare le 10:08. Quindi $10:34 - 10:08 = 26$ minuti.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Risolvere un problema operando con misure di tempo OGGETTO DI VALUTAZIONE Misure di grandezze continue attraverso oggetti e strumenti PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)
D24. Un gruppo composto da 18 adulti e 9 bambini vuole fare una gita in auto. Ogni auto può trasportare fino a 5 persone e tra di loro ci possono essere al massimo 2 bambini. Qual è il numero minimo di auto per portare tutti in gita? ☐ A. 7 ☐ B. 6 ☐ C. 5 ☐ D. 4	Risposta corretta B Una strategia di soluzione potrebbe essere quella di considerare il numero massimo dei bambini che possono stare in un'auto. $9:2=4,5$ quindi sono necessarie almeno 5 auto. E' poi necessario verificare che siano sufficienti anche per gli adulti. Considerato che in una macchina non ci possono stare più di 5 persone, se due sono bambini in ogni macchina potrei mettere 3 adulti, quindi $5 \times 3 = 15$ adulti che posso mettere in 5 auto. E' quindi necessaria un'altra auto. In totale 6 auto. E' anche possibile partire dagli adulti e considerare $5-2=3$ adulti che possono stare in un'auto insieme ai bambini; $18:3=6$ che sono le auto necessarie per il gruppo. La domanda si presta per un'attività in classe di confronto di strategie di soluzione che possono anche essere rappresentate graficamente.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Risolvere un problema con numeri naturali OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni fra numeri naturali PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...)

Domanda	Commento	Classificazione
D25. Roberto pensa a un numero intero e lo triplica. a. Quale di questi numeri NON può essere certamente il risultato dell'operazione? ☐ A. 150 ☐ B. 126 ☐ C. 75 ☐ D. 55 b. Giustifica la tua risposta. 	Risposta corretta D25a: D D25b: la giustificazione deve far riferimento ai criteri di divisibilità o al fatto che 55 non è multiplo di 3.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Utilizzare i criteri di divisibilità OGGETTO DI VALUTAZIONE Proprietà dei numeri naturali PROCESSO PREVALENTE Domanda a - Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>) Domanda b - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)
D26. Quale dei seguenti triangoli non ha assi di simmetria? Triangolo 1  Triangolo 2  Triangolo 3  Triangolo 4  ☐ A. Triangolo 1 ☐ B. Triangolo 2 ☐ C. Triangolo 3 ☐ D. Triangolo 4	Risposta corretta: A Lo studente deve osservare che i triangoli 2, 3 e 4 sono triangoli isosceli e pertanto hanno un asse di simmetria rappresentato dalla altezza relativa al lato non uguale.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Individuare gli assi di simmetria di triangoli dati OGGETTO DI VALUTAZIONE Traslazioni, rotazioni e simmetrie PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione																
D27. Oggi nella classe 1 B l'insegnante ha chiesto a ogni alunno quanti fratelli avesse. La tabella qui sotto riporta le risposte ottenute. <table><tr><th colspan="2">Numero di fratelli degli alunni della 1 B</th></tr><tr><th>N. fratelli</th><th>N. di studenti</th></tr><tr><td>0</td><td>14</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td></tr><tr><td>4 o più</td><td>0</td></tr><tr><td>Totale</td><td>25</td></tr></table> a. Lo 0 nella prima colonna (quella di sinistra) indica ☐ A. la categoria degli alunni che sono figli unici ☐ B. che non ci sono alunni che hanno 14 fratelli ☐ C. la mancanza di dati ☐ D. che ci sono famiglie con 0 figli b. Che cosa indica lo 0 nella seconda colonna (quella di destra)? Risposta:	Numero di fratelli degli alunni della 1 B		N. fratelli	N. di studenti	0	14	1	6	2	4	3	1	4 o più	0	Totale	25	Risposta corretta D27a. : A D27b.: <i>che non ci sono studenti nella classe che hanno 4 o più fratelli.</i> Si chiede allo studente di saper interpretare una tabella di frequenza relativa a un contesto familiare. Nella domanda a) lo studente deve comprendere che avere 0 fratelli equivale ad essere figlio unico. Nella domanda b) deve dare interpretare il significato dello zero nella seconda colonna nel contesto globale della tabella di frequenza. Un lettura superficiale della tabella potrebbe portare lo studente a risposte del tipo “il numero di studenti presenti è zero”	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Ricavare dati e informazioni da una tabella OGGETTO DI VALUTAZIONE Caratteri qualitativi e quantitativi PROCESSO PREVALENTE Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>)
Numero di fratelli degli alunni della 1 B																		
N. fratelli	N. di studenti																	
0	14																	
1	6																	
2	4																	
3	1																	
4 o più	0																	
Totale	25																	
D28. Qual è l'espressione numerica che corrisponde alla frase: “Al 3 aggiungi il prodotto di 5 e 9, poi dividi per 6 e quindi sottrai 2”? ☐ A. $[3 + (5 + 9)] : (6+2)$ ☐ B. $3 + 5 \times 9 : 6 - 2$ ☐ C. $3 \times (5+9) : 6 - 2$ ☐ D. $(3 + 5 \times 9) : 6 - 2$	Risposta corretta D Lo studente deve saper passare dal linguaggio verbale al linguaggio simbolico. Le risposte A e C contengono un errore di nomenclatura (il prodotto 5x9 è “tradotto” con una addizione. Nella risposta B l'errore è rappresentato dalla mancanza della parentesi. Una attività in classe su questo quesito potrebbe essere quella di tradurre in linguaggio verbale le risposte A, B e D e confrontarle con il testo della domanda.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Individuare fra diverse espressioni quella corrispondente ad una descrizione OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni fra numeri decimali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)																

Domanda	Commento	Classificazione
D29. Gli angoli a, b, c sono uguali?  ☐ A. No, perché le lunghezze dei lati dei tre triangoli sono diverse ☐ B. No, perché le aree dei triangoli sono diverse ☐ C. Sì, perché sono tutti triangoli rettangoli isosceli ☐ D. Sì, perché la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°	Risposta corretta C Lo studente deve scegliere, fra diverse opzioni, non solo la risposta, ma anche la motivazione corretta. La risposta D è interessante perché presenta un'affermazione corretta (SI), ma non è corretta la motivazione (perché la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°). la risposta alla domanda è corretta, ma la motivazione è errata.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Riconoscere e confrontare angoli OGGETTO DI VALUTAZIONE Angoli e loro ampiezza PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)

Prova Nazionale al termine del primo ciclo: Matematica

a.s. 2010/11

Guida alla lettura

(a cura di Giorgio Bolondi, Rossella Garuti, Aurelia Orlandoni e Stefania Pozio)

I quesiti sono distribuiti negli ambiti secondo la tabella seguente

Ambito	Numero domande	Numero di Item⁴
Numeri	8	12
Spazio figure	7	11
Dati e previsioni	5	7
Relazioni e funzioni	6	9
Totale	26	39

⁴ Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

Tabella della suddivisione degli item in relazione ad ambiti e processi

Processi/Ambiti	Numeri	Spazio e figure	Dati e Previsioni	Relazioni e funzioni	TOTALE
1. Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)	2	4	1		7
2. Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)	2	3	1	1	7
3. Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...)	1			1	2
4. Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...)	1			4	5
5. Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...)		2			2
6. Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...)	6		2	2	10
7. Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...)			3	1	4
8. Saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>).		2			2
TOTALE	12	11	7	9	39

Si riportano i risultati nazionali presi dal Rapporto 2011

MATEMATICA III SECONDARIA

Tavola II.III.29 – Distribuzione percentuale delle risposte alle domande a scelta multipla nella prova di Matematica III secondaria

ITALIA						
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI			
			A	B	C	D
Spazio e figure	D4	0,3	3,9	5,3	84,8	5,6
Numeri	D7	1,1	2,4	81,8	2,0	12,7
Relazioni e funzioni	D10A	3,0	12,5	2,7	59,4	22,4
Spazio e figure	D12	2,3	34,1	18,9	9,4	35,3
Numeri	D13	0,8	4,8	13,7	75,0	5,6
Numeri	D14	1,4	24,2	20,5	8,0	45,9
Dati e previsioni	D16	1,0	7,3	5,0	83,8	2,8
Relazioni e funzioni	D17	4,0	58,3	25,4	7,9	4,3
Numeri	D18	0,7	6,4	63,9	17,9	11,1
Spazio e figure	D20	2,5	21,7	50,1	11,9	13,7
Dati e previsioni	D21A	1,4	6,5	4,2	17,1	70,8
Spazio e figure	D22	2,4	8,6	13,9	54,7	20,3
Relazioni e funzioni	D24	2,0	11,1	77,2	3,7	5,9
Numeri	D25	5,0	14,7	11,7	56,9	11,8

Tavola II.III.30 – Distribuzione percentuale delle risposte alle domande a scelta multipla nella prova di Matematica III secondaria

ITALIA				
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI	
			Vero	Falso
Numeri	D2A	1,2	80,2	18,6
Numeri	D2B	1,7	62,1	36,1
Numeri	D2C	1,8	20,2	78,1
Numeri	D2D	2,6	55,1	42,3
Spazio e figure	D9A	1,7	36,9	61,4
Spazio e figure	D9B	1,6	72,5	25,8
Spazio e figure	D9C	1,6	49,5	48,8
Spazio e figure	D9D	1,5	77,1	21,4

Tavola II.III.31 – Distribuzione percentuale delle risposte alle domande a due modalità di risposta nella prova di Matematica III secondaria

ITALIA				
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI	
			Sì	No
Dati e previsioni	D11A	1,8	64,9	33,3

Tavola II.III.32 – Distribuzione percentuale delle risposte alle domande a risposta aperta univoca nella prova di Matematica III secondaria

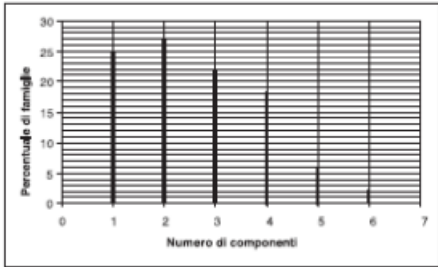
ITALIA				
Ambito	Item	Mancata risposta	OPZIONI	
			Errata	Corretta
Dati e previsioni	D1A	2,0	11,0	87,0
Dati e previsioni	D1B	2,2	10,3	87,5
Relazioni e funzioni	D3A	2,0	17,2	80,8
Relazioni e funzioni	D3B	3,3	14,0	82,7
Relazioni e funzioni	D3C	8,3	34,4	57,3
Relazioni e funzioni	D5	0,8	29,2	70,0
Spazio e figure	D6A	19,6	51,4	29,0
Spazio e figure	D6B	22,0	53,1	24,9
Numeri	D8A	10,1	23,4	66,5
Numeri	D8B	24,9	42,5	32,6
Relazioni e funzioni	D10B	16,6	47,3	36,1
Dati e previsioni	D11B	11,8	71,6	16,6
Dati e previsioni	D15	1,8	29,4	68,8
Numeri	D19	6,3	25,1	68,6
Dati e previsioni	D21B	7,1	46,7	46,2
Relazioni e funzioni	D23	5,9	25,4	68,7
Spazio e figure	D26	4,8	11,0	84,2

Di seguito viene proposta un'analisi dei quesiti utilizzando una tabella a tre colonne:

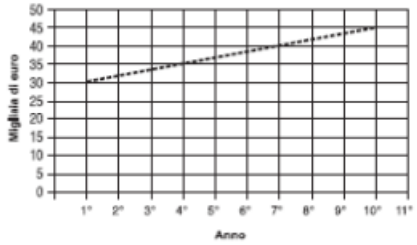
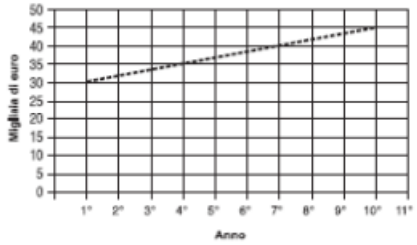
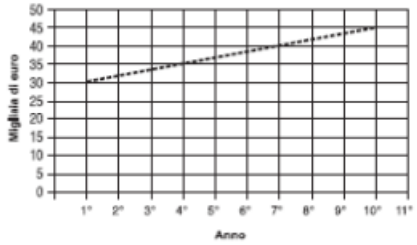
- nella prima è indicato il testo del quesito
- nella seconda un commento didattico
- nella terza l'ambito, l'oggetto, il compito e i processi facendo riferimento al *Quadro di riferimento* delle prove SNV (vedi sito INVALSI)

È importante sottolineare che la classificazione proposta è solo indicativa e non deve rappresentare un vincolo per l'interpretazione del risultato: in matematica ogni domanda coinvolge spesso diversi ambiti, e la risposta richiede processi di diversa natura. Seguendo la prassi internazionale, si indicano l'ambito e il processo *prevalenti*, tenendo presente che spesso la scelta di un particolare distrattore può indicare difficoltà o lacune in altri ambiti o in altri processi.

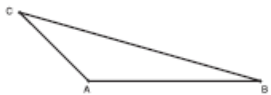
GUIDA ALLA LETTURA

Domanda	Commento	Classificazione
D1. Osserva il grafico seguente che rappresenta la distribuzione percentuale di famiglie per numero di componenti, in base al censimento 2001.  a. Qual è la percentuale di famiglie con 2 componenti? Risposta: % b. Completa la frase seguente: Il 6% delle famiglie ha componenti.	Risposte corrette: D1a 27 D1b 5 Lo studente deve saper leggere un grafico a linee dato il valore sull'asse delle ascisse (item a) e poi sull'asse delle ordinate (item b) <i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007:</i> Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni	AMBITO PREVALENTE Dati e Previsioni COMPITO Leggere e interpretare grafici per rispondere a domande OGGETTO DI VALUTAZIONE Prime rappresentazioni di dati (tabelle, pittogrammi, grafici a barre, ecc.) PROCESSO PREVALENTE Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>)

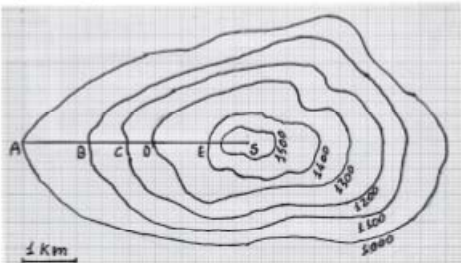
Domanda	Commento	Classificazione															
D2. L'insegnante chiede: "Che cosa succede se si addizionano tre numeri dispari consecutivi?". Quattro studenti rispondono nel modo che vedi in tabella. Indica con una crocetta se le affermazioni fatte dagli studenti sono vere o false. <table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th>Vero</th><th>Falso</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a. <u>Luisa</u>: si ottiene sempre un numero dispari</td><td>☐</td><td>☐</td></tr> <tr> <td>b. <u>Giovanni</u>: si ottiene sempre un multiplo di tre</td><td>☐</td><td>☐</td></tr> <tr> <td>c. <u>Andrea</u>: si ottiene a volte un numero pari a volte un numero dispari</td><td>☐</td><td>☐</td></tr> <tr> <td>d. <u>Paola</u>: si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri</td><td>☐</td><td>☐</td></tr> </tbody> </table>		Vero	Falso	a. <u>Luisa</u> : si ottiene sempre un numero dispari	☐	☐	b. <u>Giovanni</u> : si ottiene sempre un multiplo di tre	☐	☐	c. <u>Andrea</u> : si ottiene a volte un numero pari a volte un numero dispari	☐	☐	d. <u>Paola</u> : si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri	☐	☐	Risposta corretta Vero Vero Falso Vero Lo studente deve valutare la validità di quattro affermazioni sulla somma di tre numeri dispari consecutivi. Potrebbe operare prendendo un caso particolare (ad esempio $3+5+7=15$) e generalizzare a partire da questo. In alternativa potrebbe utilizzare il linguaggio algebrico per esprimere la somma di tre numeri dispari consecutivi: $(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) = 6n+9$ e quindi interpretare il significato di questo risultato per rispondere alle domande. E' interessante confrontare la risposta data all'item b con quella data all'item d, dove viene coinvolta (come nella b) la proprietà "essere multiplo di 3", ma espressa in modo diverso. <i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: Ha consolidato le conoscenze teoriche acquisite e sa argomentare (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione)</i>	AMBITO PREVALENTE Numeri OMPITO Individuare la validità di un'affermazione sui numeri naturali OGGETTO DI VALUTAZIONE Proprietà dei numeri naturali PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)
	Vero	Falso															
a. <u>Luisa</u> : si ottiene sempre un numero dispari	☐	☐															
b. <u>Giovanni</u> : si ottiene sempre un multiplo di tre	☐	☐															
c. <u>Andrea</u> : si ottiene a volte un numero pari a volte un numero dispari	☐	☐															
d. <u>Paola</u> : si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri	☐	☐															

Domanda	Commento	Classificazione																												
D3. Il padre di Silvia riceve due proposte di lavoro, una dall'azienda A e una dall'azienda B. La tabella rappresenta come cresce nel tempo lo stipendio offerto dall'azienda A e il grafico rappresenta come cresce nel tempo quello offerto dall'Azienda B. <table><tr><th colspan="2">Azienda A</th><th colspan="2">Azienda B</th></tr><tr><th>Anno</th><th>Stipendio annuo in euro</th><th colspan="2"></th></tr><tr><td>1°</td><td>34 000</td><td></td><td></td></tr><tr><td>2°</td><td>34 500</td><td></td><td></td></tr><tr><td>3°</td><td>35 500</td><td></td><td></td></tr><tr><td>4°</td><td>37 000</td><td></td><td></td></tr><tr><td>Dal quinto anno</td><td>Continua a crescere di 1 500 euro all'anno</td><td></td><td></td></tr></table> a. In quale anno il padre di Silvia percepirà uno stipendio annuale di 40 000 euro? Azienda A: Azienda B: b. Se il padre di Silvia intende lavorare, nell'azienda, per dieci anni, quale proposta è più conveniente? Risposta: c. Giustifica la tua risposta (alla domanda b).	Azienda A		Azienda B		Anno	Stipendio annuo in euro			1°	34 000			2°	34 500			3°	35 500			4°	37 000			Dal quinto anno	Continua a crescere di 1 500 euro all'anno			Risposta corretta D3a Azienda A 6° anno e Azienda B 7° anno D3b Azienda A D3c La risposta è corretta se lo studente mette a confronto lo stipendio dopo 10 anni nell'azienda A e quello nell'azienda B. Per rispondere a D3a e D3b lo studente deve confrontare i dati della tabella con quelli del grafico. Per D3a deve calcolare in che anno lo stipendio arriverà a 40 000 euro: $37\,000 + 1\,500 + 1\,500$, cioè al sesto anno per l'azienda A, mentre per l'azienda B è sufficiente la lettura del grafico. Per D3b deve operare nello stesso modo allo scopo di individuare l'offerta più conveniente. Per D3c deve giustificare la risposta data precedentemente. Potrebbe indicare i calcoli effettuati, ad esempio: Azienda A: $37\,000 + 1\,500 \times 6 = 37\,000 + 9\,000 = 46\,000$. Azienda B: 45 000. Oppure confrontare grafico e tabella in modo generale osservando che: <i>nell'azienda A lo stipendio è più alto rispetto all'azienda B fin dall'inizio e così rimane per tutti gli anni</i> Una strategia interessante potrebbe anche essere quella di trasformare le informazioni del grafico in una tabella numerica oppure mettere sul grafico i dati presentati in tabella. In questo modo è possibile un confronto diretto e si opera un passaggio da un registro di rappresentazione ad un altro. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni	AMBITO PREVALENTE Relazioni e Funzioni COMPITO Individuare informazioni da tabelle e grafici OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione di fatti e fenomeni attraverso tabelle e grafici PROCESSO PREVALENTE D3a - Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>) D3b - Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>) D3c - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)
Azienda A		Azienda B																												
Anno	Stipendio annuo in euro																													
1°	34 000																													
2°	34 500																													
3°	35 500																													
4°	37 000																													
Dal quinto anno	Continua a crescere di 1 500 euro all'anno																													

Domanda	Commento	Classificazione
D4. Antonella, passeggiando, si ferma a osservare la porta girevole di vetro dell'Hotel Landi su cui sono impresse le lettere HL Una persona entra nell'albergo spingendo con forza la porta, che ruota così di circa 180°. Antonella vede ancora, in trasparenza, le lettere. Quale tra le seguenti immagini vede? HL Immagine A LH Immagine B JH Immagine C TH Immagine D ☐ A. Immagine A ☐ B. Immagine B ☐ C. Immagine C ☐ D. Immagine D	Risposta corretta C Lo studente deve riconoscere il risultato di una rotazione di 180° applicata ad un oggetto. Per rispondere è sufficiente analizzare la posizione della lettera L in quanto la H ha una simmetria interna e non cambia nella rotazione. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse	AMBITO PREVALENTE Spazio e Figure COMPITO Individuare a quale immagine corrisponde la rotazione di un oggetto OGGETTO DI VALUTAZIONE Traslazioni, rotazioni e simmetrie PROCESSO PREVALENTE Saper riconoscere le forme nello spazio (riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...)
D5. Giovanni e Caterina si stanno allenando in piscina. Nuotano entrambi alla stessa velocità ma Giovanni ha cominciato più tardi ad allenarsi. Quando Giovanni ha fatto 10 vasche, Caterina ne ha fatte 30. Al termine dell'allenamento Giovanni ha fatto 50 vasche; quante ne ha fatte Caterina? Risposta:	Risposta corretta 70 vasche Lo studente deve rendersi conto che Giovanni e Caterina nuotano alla stessa velocità e che la relazione fra il numero delle vasche è di tipo additivo: $30 - 10 = 20$ e $50 + 20 = 70$ oppure $50 - 10 = 40$ e $30 + 40 = 70$. Lo studente potrebbe essere indotto in errore dal modello proporzionale applicato in un contesto sbagliato. Un errore diffuso potrebbe essere: $10:30 = 50:x$, $x = 150$ <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Riconosce e risolve problemi di vario genere analizzando la situazione e traducendola in termini matematici.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e Funzioni COMPITO Riconoscere in fatti e fenomeni relazioni fra grandezze OGGETTO DI VALUTAZIONE: Rapporti fra grandezze PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...)

Domanda	Commento	Classificazione
D6. Osserva il disegno.  Calcola l'area del triangolo prendendo con un righello le misure necessarie. a. Risposta:cm² b. Scrivi i calcoli che hai fatto per arrivare alla risposta. 	Risposta corretta D6a Risposte comprese tra 3 cm² e 4,2 cm² D6b Lo studente deve mostrare di aver misurato correttamente almeno un lato e l'altezza relativa e applicato la formula dell'area (oppure tutte e tre i lati nel caso abbia applicato la formula di Erone) Lo studente deve misurare, eventualmente tracciandola, l'altezza relativa ad uno dei lati (si noti che in questo caso due delle altezze sono esterne al triangolo), e poi effettuare calcoli con numeri decimali. La risposta è considerata corretta all'interno di un intervallo (area compresa fra 4,5 cm² e 5,7 cm²) che dipende dalle misure prese e dalle approssimazioni effettuate. La domanda si presta ad una riflessione sull'approssimazione nella misura. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, software di geometria)	AMBITO PREVALENTE Spazio e Figure COMPITO Misurare con righello e squadra un lato del triangolo e l'altezza relativa OGGETTO DI VALUTAZIONE Misure di grandezze continue attraverso oggetti e strumenti PROCESSO PREVALENTE D6a - Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (<i>saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...</i>) D6b - Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)
D7. Antonio e Giada partecipano a una gara a quiz. Per ogni risposta esatta si assegnano due punti mentre per ogni risposta sbagliata si toglie un punto. L'esito della gara è il seguente: • Antonio ha dato 11 risposte esatte e 9 sbagliate; • Giada ha dato 6 risposte esatte e 14 sbagliate. Quali sono i punteggi finali dei due ragazzi? ☐ A. +13; +2 ☐ B. +13; -2 ☐ C. +2; +8 ☐ D. +2; -8	Risposta corretta B Per rispondere lo studente deve eseguire le seguenti operazioni: Antonio: $11 \times 2 - 9 \times 1 = 22 - 9 = 13$ Giada: $6 \times 2 - 14 \times 1 = 12 - 14 = -2$ <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni e confronti tra i numeri conosciuti (numeri naturali, numeri interi, frazioni e numeri decimali)	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Eseguire somme algebriche OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri relativi PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione															
D8. Giulio sa che nel negozio A e nel negozio B le bottiglie di olio della marca che preferisce hanno lo stesso prezzo. Sua moglie gli dice che oggi, su quell'olio, nel negozio A fanno l'offerta "compri 3 e paghi 2" e nel negozio B fanno lo sconto del 40%. Giulio deve comprare 3 bottiglie d'olio. a. In quale negozio gli conviene comprarle? Risposta: b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta. 	Risposta corretta D8a Negozio B D8b Lo studente mostra che l'offerta "compri 3 paghi 2" corrisponde a uno sconto inferiore al 40%, anche utilizzando esempi numerici. Lo studente deve confrontare due offerte di sconto espresse in modo diverso. Per rispondere correttamente potrebbe operare un confronto diretto trasformando l'offerta "3×2" nello sconto percentuale corrispondente (33%) e quindi stabilire che l'offerta del negozio B è migliore. Potrebbe in alternativa ragionare su un esempio particolare. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007: Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane</i>	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Confrontare situazioni diverse utilizzando percentuali e proporzioni OGGETTO DI VALUTAZIONE Rapporti, percentuali e proporzioni PROCESSO PREVALENTE D8a Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>) D8b Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)															
D9. Le immagini che seguono rappresentano un motivo del pavimento di una antica casa romana e la sua schematizzazione geometrica:   Il motivo, corrispondente a un dodecagono, è composto da un esagono regolare interno, sei quadrati uguali e sei triangoli equilateri uguali. Indica se le seguenti affermazioni sono vere o false. <table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th>Vero</th><th>Falso</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a. L'area dell'esagono è metà dell'area del dodecagono</td><td>☐</td><td>☐</td></tr> <tr> <td>b. L'area di ciascun triangolo è un sesto dell'area dell'esagono</td><td>☐</td><td>☐</td></tr> <tr> <td>c. L'area di un quadrato è il doppio dell'area di un triangolo</td><td>☐</td><td>☐</td></tr> <tr> <td>d. Il perimetro del dodecagono è il doppio di quello dell'esagono</td><td>☐</td><td>☐</td></tr> </tbody> </table>		Vero	Falso	a. L'area dell'esagono è metà dell'area del dodecagono	☐	☐	b. L'area di ciascun triangolo è un sesto dell'area dell'esagono	☐	☐	c. L'area di un quadrato è il doppio dell'area di un triangolo	☐	☐	d. Il perimetro del dodecagono è il doppio di quello dell'esagono	☐	☐	Risposta corretta Falso Vero Falso Vero Lo studente deve rispondere operando scomposizioni di figure equivalenti. D9a: è falsa perché l'area dell'esagono è equivalente all'area dei sei triangoli equilateri e rimangono fuori i quadrati. D9b: è vera perché l'area dei sei triangoli è equivalente all'area dell'esagono D9c: è falsa perché l'area del quadrato è l^2 mentre l'area di due triangoli equilateri è minore. L'item si potrebbe prestare ad un confronto di formule utilizzando la notazione algebrica (l^2 confrontato con $\frac{l^2}{2}\sqrt{3}$). D9d: è vera perché la lunghezza dei lati del dodecagono è uguale alla lunghezza dei lati dell'esagono quindi, essendo dodici i lati del dodecagono, il suo perimetro è il doppio di quello	AMBITO PREVALENTE Spazio e Figure COMPITO Individuare proprietà di una figura utilizzando composizioni e scomposizioni OGGETTO DI VALUTAZIONE Composizione e scomposizione di figure. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)
	Vero	Falso															
a. L'area dell'esagono è metà dell'area del dodecagono	☐	☐															
b. L'area di ciascun triangolo è un sesto dell'area dell'esagono	☐	☐															
c. L'area di un quadrato è il doppio dell'area di un triangolo	☐	☐															
d. Il perimetro del dodecagono è il doppio di quello dell'esagono	☐	☐															

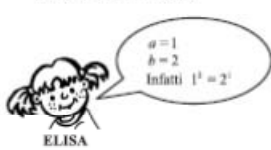
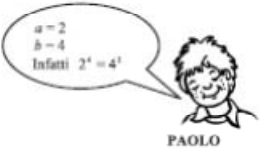
Domanda	Commento	Classificazione
	dell'esagono. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Calcolare l'area di semplici figure scomponendole in figure elementari, ad esempio triangoli	
D10. La figura che vedi riporta una rappresentazione semplificata delle linee di livello di una montagna. Le linee di livello uniscono tutti i punti che si trovano alla stessa altitudine. Nella figura il punto A è a 1 000 metri di altitudine e la vetta S della montagna è a 1 600 metri. Un escursionista va dal punto A al punto S seguendo il percorso indicato nel disegno dal segmento AS.  a. Tra i tratti AB, BC, CD, DE, qual è il più ripido? ☐ A. AB ☐ B. BC ☐ C. CD ☐ D. DE b. Giustifica la tua risposta. 	Risposta corretta D10a C D10b Lo studente fa riferimento al fatto che, a parità di differenza di altitudine, più è corto il segmento, più ripida è la strada o viceversa. Lo studente potrebbe conoscere, in base all'esperienza personale, le curve di livello e la loro interpretazione. In alternativa per risolvere il problema deve riuscire ad interpretare una rappresentazione piana di una situazione tridimensionale e collegare la rappresentazione con la situazione reale descritta nel testo. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni	AMBITO PREVALENTE Relazioni e Funzioni COMPITO Individuare il tratto a pendenza massima dalle curve di livello OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione di fatti e fenomeni attraverso parole, tabelle, grafici, espressioni algebriche PROCESSO PREVALENTE D10a - Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>) D10b - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D11. Per scegliere chi deve lavare i piatti del pranzo, Marco, Lorenzo e Livia decidono di lanciare due volte una moneta da 1 euro come quella che vedi in figura:  Testa Croce Stabiliscono che: • se verranno 2 croci, laverà i piatti Marco; • se verranno 2 teste, laverà i piatti Livia; • se verranno una testa e una croce, laverà i piatti Lorenzo. a. Pensi che tutti e tre abbiano la stessa probabilità di lavare i piatti? ☐ Sì ☐ No b. Giustifica la tua risposta. 	Risposta corretta D11a NO D11b Lo studente deve esplicitare perché la probabilità che esca TC (o CT) è diversa rispetto alla probabilità che esca TT o CC. I due item vanno considerati come un unico quesito Lo studente deve individuare lo spazio degli eventi (CC,CT,TC e TT) e calcolare la probabilità richiesta, oppure esplicitare che la probabilità CT (TC) è maggiore rispetto alle altre possibilità. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili	AMBITO PREVALENTE Dati e Previsioni COMPITO Calcolare probabilità individuando lo spazio degli eventi OGGETTO DI VALUTAZIONE Spazio degli eventi PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)

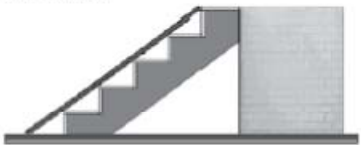
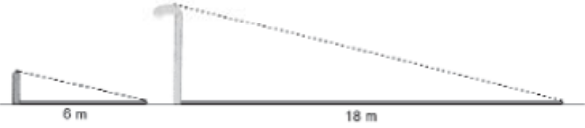
Domanda	Commento	Classificazione
D12. Il rettangolo rappresenta, in scala 1:5, il piano rettangolare di un banco.  Quanti rettangoli uguali a quello disegnato servono per coprire interamente la superficie reale del piano del banco? ☐ A. 25 ☐ B. 20 ☐ C. 10 ☐ D. 5	Risposta corretta A Lo studente deve cogliere il significato della scala in relazione al passaggio dalla rappresentazione alla realtà relativamente ad una superficie. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Riprodurre in scala una figura assegnata	AMBITO PREVALENTE Spazio e Figure COMPITO Individuare la relazione fra scala lineare e area di un rettangolo OGGETTO DI VALUTAZIONE Misure di grandezze discrete per conteggio PROCESSO PREVALENTE Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (<i>saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...</i>):
D13. Il numero $\sqrt{10}$ è: ☐ A. compreso tra 9 e 11 ☐ B. uguale a 5 ☐ C. compreso tra 3 e 4 ☐ D. uguale a 100	Risposta corretta C Lo studente per rispondere correttamente deve fare riferimento al significato di radice come operazione inversa della potenza e stimare il valore di una radice quadrata. $3^2=9$ e $4^2=16$ quindi la radice quadrata di 10 è un numero compreso tra 3 e 4. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Dare stime della radice quadrata utilizzando solo la moltiplicazione	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Stimare il valore di una radice quadrata OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri decimali non periodici PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)

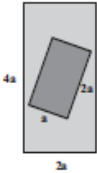
Domanda	Commento	Classificazione																																				
D14. Per trovare il 27% di 350 si deve ☐ A. dividere 350 per 27 ☐ B. dividere 350 per 0,27 ☐ C. moltiplicare 350 per 27 ☐ D. moltiplicare 350 per 0,27	Risposta corretta D Lo studente deve saper esprimere una percentuale in termini operativi e quindi esprimere il 27% come 27/100 o 0,27. Si potrebbe anche interpretare la proporzione 27:100=x:350 come $x=350 \times 27/100$ e quindi $350 \times 0,27$. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Calcolare percentuali	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Esprimere il significato operativo di una percentuale OGGETTO DI VALUTAZIONE Rapporti, percentuali e proporzioni PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)																																				
D15. Francesco si trova nell'aeroporto di <u>Atlanta</u> per una vacanza negli Stati Uniti. La sua prossima tappa è <u>Los Angeles</u>. Purtroppo non c'è un volo diretto e deve fare scalo in un altro aeroporto. <table><tr><th>Numero volo</th><th>Partenza</th><th>Arrivo</th><th>Prezzo in dollari</th></tr><tr><td>Z1</td><td>Atlanta</td><td>Chicago</td><td>145,99</td></tr><tr><td>Z2</td><td>Atlanta</td><td>Denver</td><td>130,49</td></tr><tr><td>Z3</td><td>Atlanta</td><td>Dallas</td><td>171,35</td></tr><tr><td>Z4</td><td>Atlanta</td><td>Toronto</td><td>200,01</td></tr><tr><td>Z5</td><td>Chicago</td><td>Los Angeles</td><td>101,99</td></tr><tr><td>Z6</td><td>Denver</td><td>Los Angeles</td><td>71,50</td></tr><tr><td>Z7</td><td>Dallas</td><td>Los Angeles</td><td>90,99</td></tr><tr><td>Z8</td><td>Toronto</td><td>Los Angeles</td><td>50,00</td></tr></table> Quale combinazione di voli, in base alla tabella, risulta più economica per Francesco? Risposta:	Numero volo	Partenza	Arrivo	Prezzo in dollari	Z1	Atlanta	Chicago	145,99	Z2	Atlanta	Denver	130,49	Z3	Atlanta	Dallas	171,35	Z4	Atlanta	Toronto	200,01	Z5	Chicago	Los Angeles	101,99	Z6	Denver	Los Angeles	71,50	Z7	Dallas	Los Angeles	90,99	Z8	Toronto	Los Angeles	50,00	Risposta corretta • Z2 + Z6 (o i relativi costi) • Il volo da Atlanta a Denver e poi da Denver a Los Angeles • I voli che passano da Denver Lo studente deve saper leggere una tabella per rispondere a una domanda tenendo conto di alcuni vincoli: costo e percorso. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Rappresentare insiemi di dati. In situazioni significative, confrontare dati al fine di prendere decisioni.	AMBITO PREVALENTE Dati e Previsioni COMPITO Ricavare informazioni da una tabella OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione di fatti e fenomeni attraverso tabelle, grafici ed espressioni algebriche PROCESSO PREVALENTE Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>)
Numero volo	Partenza	Arrivo	Prezzo in dollari																																			
Z1	Atlanta	Chicago	145,99																																			
Z2	Atlanta	Denver	130,49																																			
Z3	Atlanta	Dallas	171,35																																			
Z4	Atlanta	Toronto	200,01																																			
Z5	Chicago	Los Angeles	101,99																																			
Z6	Denver	Los Angeles	71,50																																			
Z7	Dallas	Los Angeles	90,99																																			
Z8	Toronto	Los Angeles	50,00																																			

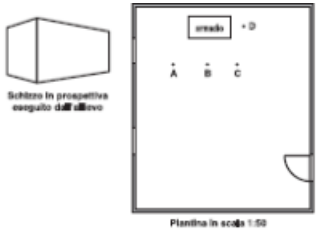
Domanda	Commento	Classificazione										
D16. Sara chiede agli studenti della sezione musicale della sua scuola qual è la loro materia preferita. Nella tabella ha riportato i risultati della sua inchiesta: <table><tr><th>Materia</th><th>Numero di preferenze</th></tr><tr><td>Musica</td><td>26</td></tr><tr><td>Matematica</td><td>18</td></tr><tr><td>Italiano</td><td>13</td></tr><tr><td>Inglese</td><td>8</td></tr></table> Sara conclude che la musica è la materia preferita dagli studenti della sua scuola. Quale tra le seguenti motivazioni spiega meglio perché la sua conclusione potrebbe <u>non</u> essere valida? ☐ A. Sara non ha distinto le preferenze dei maschi da quelle delle femmine. ☐ B. Sara avrebbe dovuto intervistare solo gli studenti di terza media della scuola. ☐ C. Gli studenti intervistati non sono rappresentativi di tutti gli studenti della scuola. ☐ D. Gli studenti sono stati intervistati solo una volta.	Materia	Numero di preferenze	Musica	26	Matematica	18	Italiano	13	Inglese	8	Risposta corretta C Lo studente deve scegliere una motivazione a sostegno di una affermazione relativa ad un campione statistico. Sarebbe interessante, in una analisi della domanda con gli studenti, discutere del perché i distrattori non sono corretti. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Valuta le informazioni che ha su una situazione, riconosce la loro coerenza interna e la coerenza tra esse e le conoscenze che ha del contesto, sviluppando senso critico	AMBITO PREVALENTE Dati e Previsioni COMPITO Individuare errori in un campionamento OGGETTO DI VALUTAZIONE Campione estratto da una popolazione: casuale e non casuale PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)
Materia	Numero di preferenze											
Musica	26											
Matematica	18											
Italiano	13											
Inglese	8											
D17. La formula $L = L_0 + K \times P$ esprime la lunghezza L di una molla al variare del peso P applicato. L_0 rappresenta la lunghezza in centimetri “a riposo” della molla; K indica di quanto si allunga in centimetri la molla quando le si applica una unità di peso. Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione: “È una molla molto corta e molto dura (cioè molto resistente alla trazione)”? ☐ A. $L = 10 + 0,5 \times P$ ☐ B. $L = 10 + 7 \times P$ ☐ C. $L = 80 + 0,5 \times P$ ☐ D. $L = 80 + 7 \times P$	Risposta corretta: A Lo studente deve collegare una formula che rappresenta un fenomeno con la descrizione di una particolare molla. Lo studente per rispondere deve interpretare correttamente il significato dei parametri L_0 e K. Tra le quattro formule date deve individuare le due che hanno lunghezza iniziale minore (A e B) che rappresentano le molle più corte e fra queste scegliere quella più resistente, che quindi si allunga di meno quando si applica una unità di peso. La formula A rappresenta una molla che si allunga di 0,5 cm quando si applica l’unità di peso. Lo studente potrebbe essere attratto dalla formula B che ha il parametro K maggiore senza tener conto del significato di K così come viene descritto nella spiegazione della formula generale. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Costruire, interpretare e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà	AMBITO PREVALENTE Relazioni e Funzioni COMPITO Individuazione della formula corretta di una caratteristica espressa a parole OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione di fatti e fenomeni attraverso tabelle, grafici ed espressioni algebriche PROCESSO PREVALENTE Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell’informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>)										

Domanda	Commento	Classificazione
D18. Elisa e Paolo stanno cercando di rispondere a questa domanda: <i>"Qual è la coppia di numeri interi a, b (diversi fra loro) tali che $a^b = b^a$?"</i> Ecco le loro soluzioni.  ELISA  PAOLO Chi ha ragione? ☐ A. Solo Elisa ☐ B. Solo Paolo ☐ C. Entrambi ☐ D. Nessuno dei due	Risposta corretta B Lo studente deve interpretare correttamente la formula e individuare la sostituzione corretta. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Utilizzare la notazione usuale per le potenze con esponente intero positivo, consapevoli del significato	AMBITO PREVALENTE numeri COMPITO Individuare un'uguaglianza corretta OGGETTO DI VALUTAZIONE Equivalenze PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)
D19. Un bicchiere contiene $\frac{1}{4}$ di litro di acqua. Se si vuole riempire una bottiglia da 1,5 litri, quanti bicchieri di acqua bisogna versare nella bottiglia? Risposta:	Risposta corretta 6 bicchieri Per rispondere lo studente potrebbe trasformare $\frac{1}{4}$ in 0,25 e risolvere il problema con una divisione $1,5:0,25=6$. Lo studente potrebbe anche ragionare sul significato della frazione come rapporto: per un litro sono necessari 4 bicchieri, per mezzo litro ne servono 2, quindi per 1,5 litri sono necessari 6 bicchieri. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Riconosce e risolve problemi di vario genere analizzando la situazione e traducendola in termini matematici	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Risolvere un problema con una divisione per contenenza OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni fra numeri decimali e frazioni PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione									
D20. Si vuole dipingere un muretto di separazione tra i giardini di due case adiacenti. Il muretto, lungo 5 m, con uno spessore di 0,2 m e una altezza di 1 m, appoggia con una delle facce laterali sulla parete delle case, come in figura.  Quanto misura la superficie da dipingere? ☐ A. 10,4 m² ☐ B. 11,2 m² ☐ C. 11,4 m² ☐ D. 12,4 m²	Risposta corretta B Per rispondere correttamente lo studente deve individuare quali facce del muretto (parallelepipedo) dovranno essere dipinte, cioè quattro su sei e precisamente: $5 \times 0,2 = 1 \text{ m}^2$ $5 \times 1 = 5 \text{ m}^2$ $5 \times 1 = 5 \text{ m}^2$ $0,2 \times 1 = 0,2 \text{ m}^2$ quindi $(1+5+5+0,2)=11,2 \text{ m}^2$. Il distrattore D corrisponde al calcolo della superficie totale del muretto senza tener conto che alcune delle facce non devono essere dipinte. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> Calcolare l'area di semplici figure scomponendole in figure elementari	AMBITO PREVALENTE Spazio e Figure COMPITO Individuare parti della superficie laterale di un solido OGGETTO DI VALUTAZIONE Aree e volumi dei principali solidi PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)									
D21. La seguente tabella mostra il numero di iscritti a un club sportivo. <table border="1" data-bbox="302 774 649 853"> <thead> <tr> <th></th><th>Minori di 18 anni</th><th>Maggiori di 18 anni</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Maschi</td><td>20</td><td>15</td></tr> <tr> <td>Femmine</td><td>18</td><td>22</td></tr> </tbody> </table> a. Se viene scelta a caso una delle persone iscritte al club, qual è la probabilità che sia un maschio? ☐ A. $\frac{20}{35}$ ☐ B. $\frac{1}{2}$ ☐ C. $\frac{35}{40}$ ☐ D. $\frac{35}{75}$ b. Qual è la probabilità che la persona scelta a caso abbia più di 18 anni? Risposta:		Minori di 18 anni	Maggiori di 18 anni	Maschi	20	15	Femmine	18	22	Risposta corretta D21a D D21b 37/75 o 37 su 75 o 49,33% o 49% Lo studente deve individuare (item a) e calcolare (item b) la probabilità di eventi elementari a partire da dati statistici. I distruttori, nell'item a), corrispondono a errori tipici, in particolare il distrattore B non tiene conto dei dati presenti in tabella e fa riferimento esclusivamente alla probabilità classica: casi possibili 2 (maschi e femmine), casi favorevoli 1 (maschi) quindi probabilità $\frac{1}{2}$. <i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007:</i> In semplici situazioni aleatorie, individuare gli eventi elementari, discutere i modi per assegnare a essi una probabilità, calcolare la probabilità di qualche evento, scomponendolo in eventi elementari disgiunti	AMBITO PREVALENTE Dati e Previsioni COMPITO Calcolare la probabilità a partire da dati statistici OGGETTO DI VALUTAZIONE Semplici valutazioni di probabilità di un evento a partire da dati statistici PROCESSO PREVALENTE D21a Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...) D21b Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)
	Minori di 18 anni	Maggiori di 18 anni									
Maschi	20	15									
Femmine	18	22									

Domanda	Commento	Classificazione
D22. Una scala, costituita da 5 gradini profondi 24 cm e alti 18 cm l'uno, deve essere coperta da una tavola di legno utilizzata come scivolo per il trasporto di alcune merci. Qual è il procedimento corretto per trovare la lunghezza dello scivolo?  ☐ A. $(\sqrt{18^2} + \sqrt{24^2}) \times 5$ ☐ B. $\sqrt{(24+18)^2} \times 5$ ☐ C. $\sqrt{24^2 + 18^2} \times 5$ ☐ D. $\sqrt{(24^2 + 18^2) \times 5}$	Risposta corretta: C Lo studente deve riconoscere l'espressione corretta che risolve il problema. Nell'espressione corretta il problema viene risolto con il teorema di Pitagora applicato ad triangolo rettangolo corrispondente ad un singolo gradino. I diversi distrattori corrispondono a scritture errate dell'espressione risolutiva del problema. Sarebbe interessante analizzare con gli studenti perché queste scritture non sono corrette <i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007:</i> Conoscere il Teorema di Pitagora e le sue applicazioni in matematica e in situazioni concrete	AMBITO PREVALENTE Spazio e Figure COMPITO Riconoscere l'espressione per il calcolo dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo OGGETTO DI VALUTAZIONE Teorema di Pitagora PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)
D23. A una certa ora di una giornata di dicembre, un bastone lungo 1,5 m, piantato nel terreno perpendicolarmente ad esso, proietta un'ombra lunga 6 m. Alla stessa ora, un palo della luce proietta un'ombra di 18 m.  Quanto è alto il palo? Risposta: m	Risposta corretta: 4,5 m Si tratta di un problema di proporzionalità relativo al fenomeno delle ombre del sole. Per rispondere correttamente lo studente potrebbe prendere in considerazione il rapporto ombra-bastone $6:1,5=4$ e applicarlo al caso del lampione $18:4=4,5$. Un'altra strategia potrebbe essere quella di considerare il rapporto ombra lampione-ombra bastone, quindi se l'ombra del lampione è il triplo di quella del bastone ($18:6=3$) anche l'altezza del lampione sarà il triplo di quella del bastone: $1,5 \times 3 = 4,5$. I due triangoli del disegno rappresentano schematicamente la situazione e possono anche indurre a una strategia di soluzione basata sulla proporzionalità dei lati in triangoli simili: $6:18 = 1,5:x$, ugualmente corretta. La condizione affinché sia possibile calcolare l'altezza del lampione attraverso la misura delle ombre è che le ombre devono essere rilevate alla stessa ora, quindi con la stessa inclinazione dei raggi del sole che possiamo considerare fra loro paralleli	AMBITO PREVALENTE Relazioni e Funzioni COMPITO Risolvere un problema di proporzionalità OGGETTO DI VALUTAZIONE Grandezze direttamente inversamente proporzionali PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
	<i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007:</i> Esprimere la relazione di proporzionalità con una uguaglianza di frazioni e viceversa.	
D24. In un prato (rettangolo più grande) è stata costruita una piscina (rettangolo più piccolo) come vedi in figura.  La superficie di prato rimasta è: ☐ A. $8a^2$ ☐ B. $6a^2$ ☐ C. $9a$ ☐ D. $3a$	Risposta corretta B Lo studente deve utilizzare il linguaggio simbolico per il calcolo di semplici aree e saper manipolare semplici monomi: $8a^2 - 2a^2 = 6a^2$. <i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007:</i> Costruire, interpretare e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà	AMBITO PREVALENTE Relazioni e Funzioni COMPITO Calcolare aree utilizzando lettere e simboli OGGETTO DI VALUTAZIONE Uso di espressioni letterali nel contesto geometrico PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)
D25. Quale fra le seguenti disuguaglianze è quella corretta? ☐ A. $\frac{3}{10} < \frac{3}{5} < \frac{3}{20}$ ☐ B. $\frac{4}{10} < \frac{3}{5} < \frac{11}{20}$ ☐ C. $\frac{5}{10} < \frac{3}{5} < \frac{13}{20}$ ☐ D. $\frac{7}{10} < \frac{3}{5} < \frac{13}{20}$	Risposta corretta C Per rispondere correttamente alla domanda lo studente può trasformare tutte le frazioni in frazioni equivalenti con lo stesso denominatore e cogliere che l'unica risposta corretta è: $10/20 < 12/20 < 13/20$ che corrisponde alla risposta C. <i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007:</i> Conoscere il concetto di frazione e di frazioni equivalenti	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Confrontare e ordinare frazioni OGGETTO DI VALUTAZIONE: Frazioni equivalenti PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)

Domanda	Commento	Classificazione
D26. Un alunno, osservando dal suo banco l'armadio posto nell'aula, lo ha rappresentato mediante uno schizzo in prospettiva, cioè come lo vede. Cerchia sulla piantina dell'aula la lettera corrispondente alla posizione dell'alunno rispetto all'armadio. 	Risposta corretta A Lo studente deve collegare due rappresentazioni diverse: la rappresentazione prospettica di un oggetto tridimensionale (armadio) e la rappresentazione dall'alto (piantina dell'aula) per individuare il punto di vista della rappresentazione prospettica. In una analisi della domanda con gli studenti potrebbe essere interessante discuterne <i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007:</i> Visualizzare oggetti tridimensionali a partire da rappresentazioni bidimensionali	AMBITO PREVALENTE Spazio e Figure COMPITO Cogliere relazione tra punto di vista e rappresentazione prospettica OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione di oggetti nel piano e nello spazio PROCESSO PREVALENTE Saper riconoscere le forme nello spazio (riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...)

Servizio Nazionale di Valutazione a.s. 2010/11
Guida sintetica alla lettura della prova di Matematica
Classe seconda – Scuola secondaria di II grado
a cura di Michele Impedovo, Aurelia Orlandoni, Domingo Paola

Un'analisi delle risposte al test, a nostro avviso, mette in luce alcuni interessanti aspetti legati ai processi di insegnamento-apprendimento della matematica in atto nel nostro Paese.

Questo lavoro propone, nella prima parte, alcune considerazioni sintetiche in merito agli aspetti positivi e alle criticità che ci sembrano emergere e, nella seconda parte, considerazioni analitiche su ogni singola domanda.

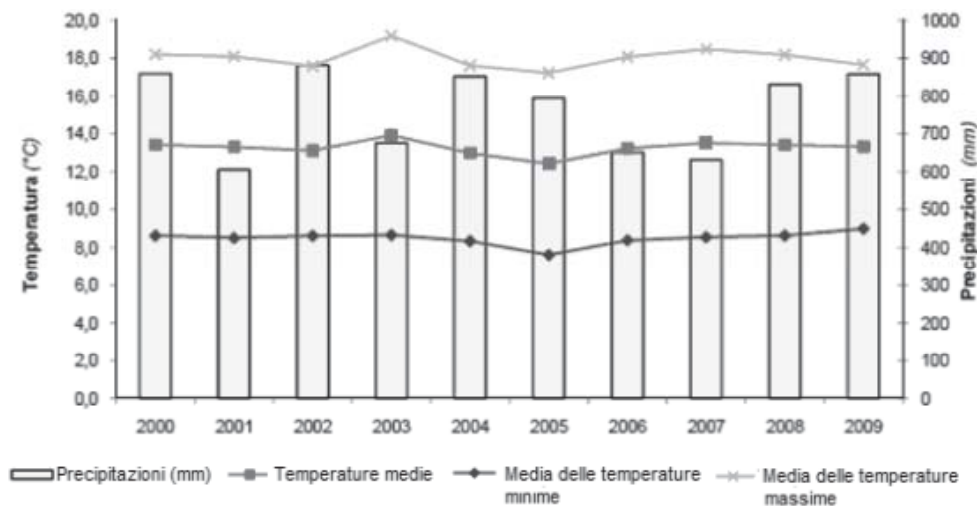
Prima parte: considerazioni sintetiche

Riflessioni generali sui risultati: aspetti positivi.

Un primo dato positivo riguarda le competenze di lettura e interpretazione di un grafico o di una tabella e le capacità che gli studenti mostrano nel collegare le due forme di rappresentazione. Tutte le domande che presentano grafici, tabelle, o entrambe le rappresentazioni (D1, D6, D12, D20), ottengono buone e, in alcuni casi, ottime percentuali di risposte corrette. Ciò suggerisce che la pratica didattica su questi temi (in particolare la lettura di un grafico) sia di buon livello.

Per esempio, il grafico seguente, presentato in D12, nonostante presenti una certa complessità informativa, viene analizzato e sintetizzato dagli studenti con buona precisione.

Figura 1. Media annua della temperatura media, massima e minima giornaliera e precipitazioni totali annue in Italia. Anni 2000-2009 (temperatura in gradi Celsius e precipitazione in millimetri)



Se è vero che tali competenze vengono costruite soprattutto nella scuola secondaria di I grado, i risultati del test suggeriscono che le competenze di lettura di un grafico siano relativamente stabili, una volta acquisite.

Anche le rappresentazioni geometriche sono in generale correttamente interpretate (D9 a, D30 e, parzialmente, anche D17), rafforzando l'impressione precedente.

Riflessioni generali sui risultati: criticità emerse.

I risultati relativi a domande che richiedono competenze di **calcolo** (per esempio D10, D15, D16, D21, D22, D25, D26) possono apparire tanto più deludenti quanto maggiori sono le risorse e il tempo effettivamente dedicati nella scuola secondaria alle attività di calcolo, sia numerico sia algebrico. Per esempio, le percentuali di risposte corrette a domande come *Qual è la metà di $(1/2)^{50}$?* (D10), oppure *Qual è il numero che aumentato del 20% dà 300?* (D25) sono tra le più basse dell'intero test (circa 12%).

Nel caso della D16, solo poco più del 20% degli studenti riconosce che $10^{37} + 10^{38} = 11 \cdot 10^{37}$, nonostante le altre opzioni possibili dovrebbero risultare palesemente scorrette in base a semplici e immediate considerazioni sugli ordini di grandezza dei numeri in gioco.

Anche di fronte alla richiesta di riconoscere che il polinomio $x^4 - 16$ è divisibile per $x+2$ (D22), o che dividere per 0,2 equivale a moltiplicare per 5 (D15) la bassa percentuale di risposte corrette segnala criticità sorprendenti se si considerano le risorse messe in gioco nella prassi didattica per conseguire buone competenze di calcolo.

Dall'analisi delle risposte sembra emergere che le attività di calcolo siano viste dagli studenti in larga parte come semplice manipolazione simbolica fine a se stessa; tale manipolazione, non solo sembra essere condotta a livello puramente sintattico, ma addirittura sembra inibire qualunque capacità di controllo semantico.

Per esempio, è possibile che in D16, se la domanda avesse fornito (anziché l'espressione numerica $10^{37}+10^{38}$) l'espressione simbolica $x^{37}+x^{38}$, un numero maggiore di studenti avrebbe raccolto x^{37} a fattor comune, trovando così l'espressione equivalente corretta $x^{37}(1+x)$. Gli studenti non sembrano essere in grado di trasferire in un ambito più specifico il procedimento di raccolta a fattor comune, tipico della pratica didattica messa in opera nell'insegnamento-apprendimento del calcolo letterale. Il calcolo simbolico, quindi, lungi dal generalizzare le proprietà dei numeri, sembra essere visto, paradossalmente, come un campo di esperienza sintattica recintato e non comunicante con gli oggetti numerici. In altri termini non sembra che gli studenti siano in grado di usare l'**algebra** come strumento di pensiero.

Sempre in termini di calcolo, è curioso osservare che alla domanda D19, in cui si chiede un valore medio (tema al quale viene certamente dedicato minor tempo nella prassi didattica), il cui calcolo è relativamente complesso, una percentuale significativamente più ampia (circa il 60%) risponde correttamente; forse dipende dal fatto che in questo caso non si tratta semplicemente di effettuare un calcolo, ma di riconoscere la procedura di calcolo adatta ad affrontare la situazione e quindi, in un certo senso, di progettarela.

Le domande in cui si chiede di valutare se una certa proposizione è **vera**, oppure di fornire **controesempi** (D4 e D14 riguardano il valore di verità di proposizioni quantificate universalmente: "per ogni numero naturale ...") mettono in evidenza che, per gli studenti, non è affatto naturale avviare una semplice esplorazione per ottenere la risposta corretta. Per esempio, se si chiede di fornire un controesempio a " 2^n+1 è un numero primo" ci si aspetterebbe un'**esplorazione** empirica come la seguente

n	2^n+1
0	2
1	3
2	5
3	9

...

che fornisce quasi subito un controesempio. Invece quasi il 40% non risponde e quasi il 20% risponde in modo errato. È possibile che l'attività di validazione di una congettura non rappresenti una pratica didattica usuale, soprattutto nella scuola secondaria di II grado; se le cose stanno davvero in questi termini, poiché l'attività di esplorazione di una congettura rappresenta una fase molto importante nel processo di costruzione del pensiero scientifico, allora auspichiamo un rafforzamento delle attività e dei processi didattici finalizzati a tale competenza.

Un'attenzione particolare meritano le domande in cui si chiedono una **stima numerica**, un'**approssimazione**, un **ordine di grandezza** (per esempio D5, D16, D23): le basse percentuali di risposte corrette suggeriscono di prestare un'attenzione maggiore al **senso del numero**, cioè alla capacità di controllare il risultato di un calcolo mediante l'ordine di grandezza che esso può assumere; è opinione di molti ricercatori che non sia possibile coltivare competenze di calcolo algebrico-simbolico in studenti che non abbiano dapprima consolidato il senso del numero. Per esempio, in D16, tre risposte su quattro avrebbero potuto essere immediatamente scartate, perché esprimono un ordine di grandezza completamente diverso da quello corretto: gli studenti avrebbero quindi dovuto immediatamente riconoscere che una sola delle opzioni proposte era plausibile. Oppure, in D15, avrebbe dovuto essere naturale, per uno studente di scuola secondaria, riconoscere che dividere un numero (positivo) per un numero compreso tra 0

e 1 equivale a moltiplicarlo per un numero maggiore di 1 e, quindi, ad aumentarlo. Le prime due opzioni, quindi, avrebbero potuto essere immediatamente scartate. Invece raccolgono quasi il 70% delle risposte.

Riteniamo importante segnalare una certa difficoltà con cui vengono gestite dagli studenti le **percentuali** (vedere per esempio D25 e D27). Può essere che la scuola non si impegni a sufficienza su questo terreno; in particolare è possibile che non si presti particolare attenzione al passaggio dal *modello additivo* (una grandezza x che aumenta del 20% diventa $x+20\%x$, mentre se diminuisce del 20% diventa $x - 20\%x$) al *modello moltiplicativo*:

$$x \rightarrow 1,2x$$

$$x \rightarrow 0,8x$$

A noi sembra che la rappresentazione moltiplicativa delle variazioni percentuali riesca in modo più semplice a catturare il risultato, in particolare se, come in D25, si chiede il procedimento inverso, ossia risalire dal prezzo aumentato al prezzo base: è sufficiente, per *tornare indietro*, dividere per 1,2. In ogni caso il modello moltiplicativo è indispensabile in problemi di aumenti percentuali ripetuti: una grandezza che ogni giorno, per 5 giorni, aumenta del 20% rispetto al valore del giorno precedente è descritta, in modo relativamente semplice, dalla relazione funzionale $x \rightarrow 1,2^5 x$. Si tratta non solo di impegnarsi maggiormente sulle percentuali, ma di gettare anche le basi per i modelli di crescita e decrescita esponenziali.

L'analisi delle risposte ad alcune domande in cui si chiedono semplici modelli matematici, in particolare **modelli lineari** (D8; D11; D13; D24; D27), mostra una certa difficoltà, da parte degli studenti, a utilizzare il linguaggio matematico per esprimere relazioni tra grandezze.

Analizziamo per esempio la domanda D13b:

In un test di 25 domande ogni risposta esatta è valutata con 4 punti e ogni risposta errata o mancante con -2 punti. Qual è il punteggio totale p se si indica con n il numero di risposte esatte? L'espressione corretta, $p=4n-2(25-n)$, viene indicata solo dall'8% degli studenti; si tratta del peggior risultato di tutto il test. Questo è tanto più deludente quanto più si ritiene che tale competenza, cioè rappresentare la soluzione di un problema mediante un modello matematico (in questo esempio mediante una relazione funzionale tra le grandezze p e n), rappresenti in definitiva uno degli obiettivi didattici più importanti dell'attività di insegnamento-apprendimento della matematica nella scuola secondaria; un obiettivo al quale molte altre competenze (per esempio quelle di calcolo) dovrebbero essere dedicate e in qualche modo asservite. Potremmo allora concludere sostenendo che ai nostri studenti, sia in termini di competizione nel mondo del lavoro, sia di partecipazione consapevole alla vita sociale del Paese, più che la capacità di *manipolazione* sintattica di formule, la nostra scuola deve fornire la capacità di *produrre* formule, il cui valore semantico abbia lo scopo di descrivere relazioni funzionali tra grandezze.

Riflessioni sui risultati scorporati per macro aree regionali⁵ e per tipologia di istituti

La maggior parte delle riflessioni che seguono fanno riferimento alle domande a scelta multipla (non complessa) e a risposta aperta, che costituiscono la tipologia più utilizzata nella prova e i cui risultati possono essere analizzati singolarmente.

⁵ Le macroaree geografiche sono così articolate: *Nord-Ovest* (Valle d'Aosta, Piemonte, Liguria, Lombardia), *Nord-Est* (Provincia autonoma di Bolzano, Provincia autonoma di Trento, Veneto, Friuli-Venezia Giulia, Emilia-Romagna), *Centro* (Toscana, Umbria, Marche, Lazio), *Sud* (Abruzzo, Molise, Campania, Puglia) *Sud e Isole* (Basilicata, Calabria, Sicilia, Sardegna).

Le omissioni

Nelle domande a **scelta multipla** le omissioni sono sostanzialmente sempre basse; soltanto in D8 e in D24 superano il 10%. Come visto in precedenza, si tratta di domande in cui gli studenti devono costruire o scegliere modelli matematici. Per quanto riguarda le omissioni, non vi sono sostanziali differenze nei risultati scorpati per tipologia di Istituti e per area geografica.

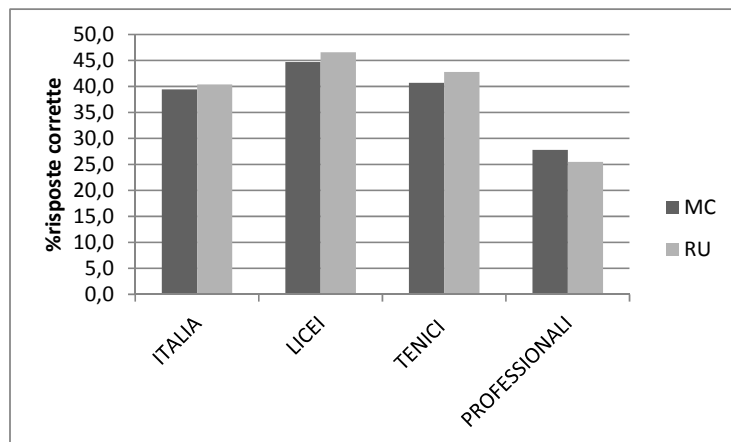
Diversa è la situazione se si considerano le domande a **risposta aperta**: qui il tasso di omissioni è decisamente più alto, con una media nazionale di circa il 20%. Inoltre si registrano significative differenze fra gli Istituti Professionali, che hanno una media di omissioni superiore al 25%, e le altre tipologie di istituti. In particolare, nel caso della D4 che, come visto in precedenza, richiede la costruzione di un controesempio, negli Istituti Professionali si registra un 67% di omissioni.

Anche dal punto di vista geografico le differenze sono rilevanti; nelle regioni del Sud, in diverse domande, il tasso di omissioni supera il 30%.

	ITALIA	NORD-OVEST	NORD-EST	CENTRO	SUD	SUD E ISOLE
Omissioni nelle domande a risposta aperta	21,4%	16,4%	15,3%	22,8%	24,2%	28,0%

Le risposte corrette

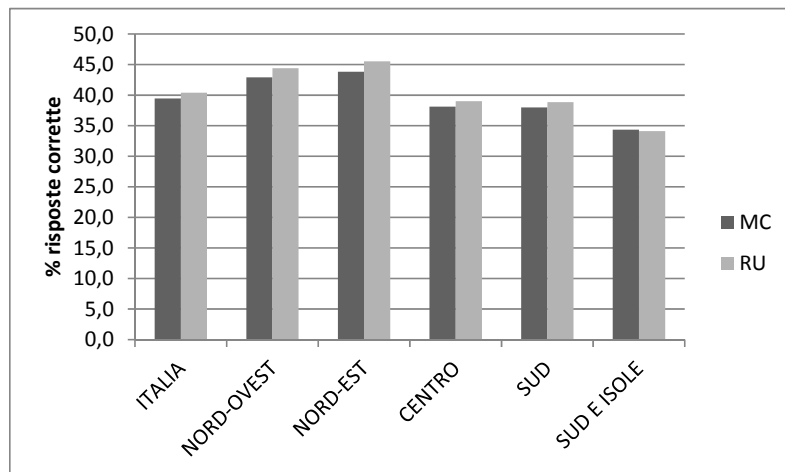
Un confronto **per tipologia di Istituto** mostra che la percentuale delle risposte corrette date dagli studenti degli Istituti tecnici è inferiore di circa il 5% rispetto a quella registrata nei Licei; nei Professionali la differenza sale a circa il 20% sia nelle domande a scelta multipla (MC) che in quelle a risposta aperta univoca (RU).



Se si analizzano i risultati **per area geografica**, si osserva che, rispetto alla media nazionale delle risposte corrette:

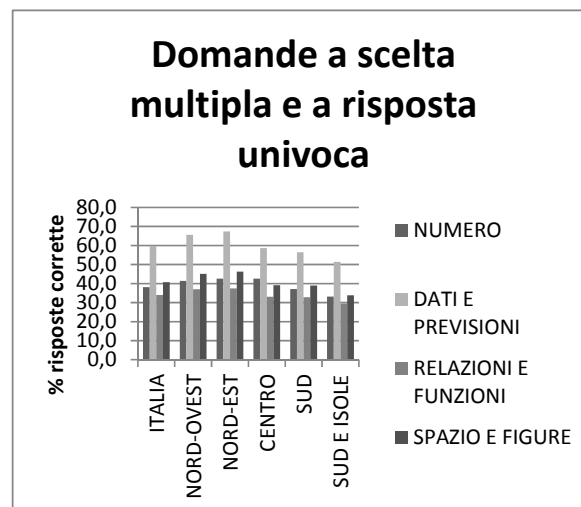
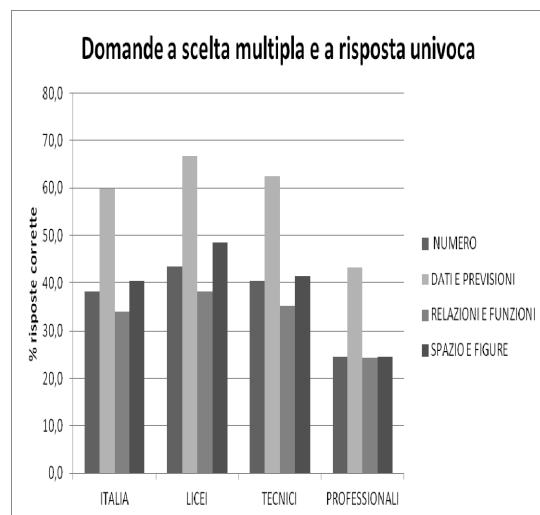
- a) nel Sud e Isole si registra circa un 5% in meno di risposte corrette;
- b) nel Nord-Ovest e Nord-Est si registra circa un 4%-5% in più di risposte corrette;
- c) il Centro è in linea con la media nazionale;
- d) il Sud è leggermente al di sotto della media italiana

Anche in questo caso non vi sono sostanziali differenze fra domande a scelta multipla (MC) e domande a risposta aperta univoca (RU).



La **suddivisione per ambito** (Numero, Dati e previsioni, Relazioni e funzioni, Spazio e figure) dei quesiti a scelta multipla e a risposta aperta univoca, mostra che nell'ambito Dati e previsioni, nonostante sia quello in cui sono meno presenti pratiche didattiche consolidate, si sono registrati i risultati migliori. Non si notano invece sostanziali differenze fra gli altri tre.

Colpisce in particolare che l'andamento dei risultati nei diversi ambiti non si diversifica se si scorrono i dati per area geografica o per tipologia di Istituto.



Seconda parte: considerazioni analitiche
Servizio Nazionale di Valutazione
a.s. 2010/11
Guida analitica alla lettura della Prova di Matematica
Classe seconda – Scuola secondaria di II grado
(a cura di Michele Impedovo, Aurelia Orlandoni, Domingo Paola
a partire dal lavoro già pubblicato a cura di Bolondi G., Garuti R., Orlandoni A., Paola D., Tomasi L.)

I quesiti sono distribuiti negli ambiti secondo la tabella seguente:

Ambito	Numero di domande	Numero di Item⁶
Numeri	10	14
Spazio figure	6	11
Dati e previsioni	5	14
Relazioni e funzioni	9	14
Totale	30	53

⁶ Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

Tabella della suddivisione degli item in relazione ad ambiti e processi

Processi/Ambiti	Numeri	Spazio e figure	Dati e Previsioni	Relazioni e funzioni	TOT
1. Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)	3	2		1	6
2. Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)	2	2	1	2	7
3. Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...)	3		3	3	9
4. Risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...)		3		6	9
5. Riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e utilizzare strumenti di misura (individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, stimare il risultato di una misura,...)	3			1	4
6. Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...)	2			1	3
7. Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...)	1		10		11
8. Riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>).		4			4
TOTALE	14	11	14	14	53

Di seguito viene proposta un'analisi delle risposte ai diversi quesiti che riporta, nell'ordine:

- il testo del quesito;
- la percentuale (sul campione italiano) delle risposte fornite alle varie opzioni;
- l'ambito e i processi facendo riferimento al quadro teorico delle prove SNV pubblicato sul sito INVALSI;
- le competenze di base a conclusione dell'obbligo di istruzione, come riportate nella parte relativa all'Asse matematico del Decreto 22 agosto 2007:
Regolamento recante norme in materia di adempimento dell'obbligo di istruzione;
- la risposta corretta, in alcuni casi con diversi procedimenti risolutivi e con qualche commento di carattere didattico.

È importante sottolineare che la classificazione proposta è solo indicativa e non deve rappresentare un vincolo per l'interpretazione del risultato: in matematica una domanda coinvolge in genere diversi ambiti, e la risposta richiede processi di diversa natura. Seguendo la prassi internazionale, abbiamo indicato l'ambito e il processo *prevalenti*, tenendo presente che spesso la scelta di un particolare distrattore può indicare difficoltà o lacune in altri ambiti o in altri processi.

D1. Nella tabella che vedi sono riportati i dati relativi alla distribuzione di alunni e insegnanti nella scuola secondaria di primo grado in Italia.

Aree geografiche	Scuole	Classi	Alunni (compresi i ripetenti)		Ripetenti		Insegnanti
			Maschi e femmine	Femmine	Maschi e femmine	Femmine	
ITALIA	7939	82 446	1 727 339	826 869	51 407	16 199	212 041
Nord	3 381	33 131	711 292	339 508	19 615	5 679	86 312
Centro	1 358	14 656	312 700	150 098	8 066	2 508	36 570
Sud	3 200	34 659	703 347	337 263	23 726	8 012	89 159

Sulla base dei dati in tabella, indica se le seguenti affermazioni sono vere o false.

		Vero	Falso
a.	Nel Nord gli alunni maschi sono meno delle femmine	☐	☐
b.	In Italia il rapporto insegnanti/classi è inferiore a 3	☐	☐
c.	Nel Sud ci sono mediamente più di 10 classi per scuola	☐	☐

AMBITO PREVALENTE : Dati e Previsioni

PROCESSO PREVALENTE : Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (*descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...*).

COMPITO: Usare e interpretare insiemi di dati per rispondere a domande e risolvere problemi (trarre conclusioni, fare previsioni, stimare valori tra punti dati, ...)

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi

RISPOSTE CORRETTE:

Domanda D1_a: Falso

La lettura della tabella consente di osservare che al Nord gli allievi (maschi e femmine) sono più di 700.000, mentre le femmine sono circa 340.000, cioè meno della metà. Quindi i maschi devono essere più della metà ed è quindi falso che al Nord gli alunni maschi siano meno delle femmine.

Naturalmente si potrebbe rispondere anche eseguendo la una sottrazione $711\,292 - 339\,508$ che restituisce il numero di studenti maschi al Nord, ossia 371784, che è maggiore del numero delle femmine.

Per rispondere con un rapido calcolo mentale è utile sapere approssimare per difetto 711.292 con 700.000 e 339.508 per eccesso con 340.000. Queste approssimazioni consentono di stabilire immediatamente che nel Nord gli allievi maschi sono più delle femmine.

Domanda D1_b: Vero

Basta infatti notare che

- $240\,000 / 80\,000 = 3$;
 - gli insegnanti della scuola secondaria di I grado, in Italia sono 212.041 (meno di 240000) mentre le classi sono 82.446 (più di 80.000)
- per concludere che il rapporto insegnanti/classi è inferiore a 3.

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Vero	Falso
D1_a	0,8	10,7	88,5
D1_b	3,7	74,9	21,4
D1_c	2,1	86,7	11,2

Naturalmente si può rispondere anche ricorrendo alla calcolatrice:

$$\frac{212041}{82446} \approx 2,57 < 3.$$

Domanda D1_c: Vero

Dalla tabella si legge che le classi sono 34659 e le scuole sono 3200.

Quindi le classi (circa 35000) sono più di 10 volte 3200.

Naturalmente si può rispondere anche ricorrendo alla calcolatrice:

$$\frac{34659}{3200} \approx 10,83 > 10.$$

Quindi è vero che nel Sud ci sono mediamente più di 10 classi per scuola.

COMMENTO

Per rispondere correttamente agli item della domanda D1 è necessario essere in grado di leggere una tabella e di eseguire semplici operazioni (sottrazioni e rapporti). È possibile evitare l'uso della calcolatrice se si è in grado di effettuare approssimazioni opportune dei numeri in gioco.

Le risposte corrette fornite ai tre item sono nettamente maggiori di quelle errate e il numero di risposte mancanti si può considerare trascurabile.

D1.b è, dei tre, l'item con il minor numero di risposte corrette e il maggior numero di risposte non date: potrebbe essere un'indicazione per rafforzare nella prassi didattica il fatto che il valore numerico di un rapporto aumenta se aumenta il numeratore o se diminuisce il denominatore; la padronanza di questo fatto è davvero molto importante nello sviluppo di diversi settori della matematica e in generale della preparazione scientifica degli allievi.

D2. La corriera passa alle 6:30 alla fermata dove sale Giorgio. Nel 40% dei casi è in orario, nel 50% dei casi ha un ritardo di 5 minuti e nei rimanenti casi ha un ritardo di 10 minuti. Se Giorgio arriva alla fermata alle 6:34, che probabilità ha di prendere la corriera?

- ☐ A. 10%
- ☐ B. 40%
- ☐ C. 50%
- ☐ D. 60%

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D2	1,7	16,1	11,9	25,5	44,8

AMBITO PREVALENTE: Dati e Previsioni

PROCESSO PREVALENTE: Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (*descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni,...*).

COMPITO: Calcolare la probabilità di eventi elementari

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: L'argomento non è esplicitamente richiamato ma si tratta di una competenza richiesta agli studenti al termine del primo ciclo e che quindi si suppone acquisita stabilmente. In questo senso il quesito può costituire un esempio di continuità verticale.

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D2: D

Infatti la probabilità che la corriera ritardi di 5 minuti è del 50% e la probabilità che arrivi con 10 minuti di ritardo è del 10%

Se Giorgio arriva alle 6:34 ha quindi la probabilità di $50\%+10\%=60\%$ di prendere la corriera perché riesce a prenderla sia nel caso in cui la corriera ritardi di 5 minuti, sia che ritardi di 10 minuti.

Si potrebbe anche rispondere pensando alla probabilità che la corriera *non* arrivi in orario. La probabilità che la corriera sia in orario è del 40%. Poiché il ritardo di Giorgio gli consentirebbe di prendere ugualmente la corriera che non arriva in orario, la probabilità di prendere la corriera è del 60%.

COMMENTO

La risposta corretta richiedeva un'attenta lettura del testo. Fra i tre distrattori, ossia le opzioni a), b) e c), che riportano, rispettivamente i numeri 10, 40 e 50 che compaiono nel testo del quesito, gli studenti sono stati particolarmente attratti dall'opzione c). Non è strano, visto che si tratta della percentuale di casi in cui la corriera arriva in ritardo e che una lettura superficiale o affrettata può portare a identificare il ritardo come causa del perdere la corriera. In ogni caso la risposta corretta è quella che ottiene il maggior numero di scelte, una percentuale che si aggira intorno al 45%.

D3. Un triangolo ha un lato di 6 cm e uno di 10 cm.

Quale tra le seguenti non può essere la misura della lunghezza del terzo lato?

- ☐ A. 6,5 cm
- ☐ B. 10 cm
- ☐ C. 15,5 cm
- ☐ D. 17 cm

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D3	5,0	24,0	11,1	10,9	49,0

AMBITO PREVALENTE: Spazio e Figure

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture...*)

COMPITO: Applicare la disuguaglianza triangolare.

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Confrontare e analizzare figure geometriche, individuando invarianti e relazioni.

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D3: D

In un triangolo la misura di un lato deve essere minore della somma delle misure degli altri due lati.

In questo caso la somma delle misure dei due lati noti è 16 cm.

Quindi l'unica misura che non si può accettare fra quelle proposte è 17 cm.

COMMENTO

Per rispondere correttamente era sufficiente applicare la disuguaglianza triangolare, proprietà fondamentale a cui però non sempre gli studenti danno la giusta rilevanza, probabilmente perché la considerano scontata. Interessante notare che le risposte errate non si distribuiscono uniformemente sulle opzioni a), b) e c), ma cadono soprattutto sull'opzione a). Il perché non è chiaro, anche se potrebbe dipendere dall'immagine che gli studenti in genere si costruiscono di triangolo isoscele: un "prototipo" in cui l'angolo compreso fra i due lati uguali è non solo acuto, ma minore di 60° , in quanto la cosiddetta *base* del triangolo isoscele è minore dei due lati fra loro uguali. Il triangolo dell'opzione a) ha due lati "quasi uguali" e quindi dovrebbe comportarsi all'incirca come il prototipo del triangolo isoscele: il terzo lato non può essere di 10 cm, perché deve essere minore degli altri due.

Un'altra possibile spiegazione mette in causa una possibile carenza nella "raffigurazione mentale" del problema: il triangolo 6, 6.5, 10 non fa parte di alcuna classificazione canonica stabile (e non lascia intravedere una distribuzione angolare nota) e dunque ... non esiste. In altri termini l'errore potrebbe essere veicolato dal fatto che solitamente la scuola non insegna a raffigurare un "triangolo qualsiasi", cioè appunto un triangolo che debba soddisfare la disuguaglianza triangolare, che è una relazione algebrica assai lontana dalla sua raffigurazione geometrica.

- D4.** Considera l'affermazione: "Per ogni numero naturale n , $2^n + 1$ è un numero primo".
Mostra con un esempio che l'affermazione è falsa.

.....
.....
.....

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D4	38,9	18,3	42,8

AMBITO PREVALENTE: Numeri

PROCESSO PREVALENTE: Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (*congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare,...*)

COMPITO: Eseguire una dimostrazione numerica per controesempio. Saper elevare a potenza numeri naturali, numeri interi e frazioni

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D4: per mostrare che l'affermazione è falsa, basta fornire un solo esempio in cui un numero naturale n è tale che $2^n + 1$ non è un numero primo. Tale esempio viene detto *controesempio*.

Se scegliamo $n=3$, si ottiene $2^3+1=9$, che non è un numero primo.

Analogamente con $n=5$ si ottiene $2^5+1=33$, che non è primo; oppure con $n=6$ si ottiene $2^6+1=65$, che non è primo, ecc.

Naturalmente è sufficiente fornire un solo controesempio.

COMMENTO

Il numero di risposte mancanti è rilevante: quasi il 40% non fornisce alcuna risposta a questa domanda. Fra gli studenti che rispondono 2 su 3 circa danno una risposta corretta.

L'elevato numero di risposte mancanti difficilmente dipende dalla ritrosia, già rilevata anche in altre prove, degli studenti nel fornire giustificazioni, spiegazioni, descrizioni di processi risolutivi. In questo caso, infatti, veniva richiesto solo di esibire un esempio che certificasse la falsità dell'affermazione. È quindi probabile che molti degli studenti che non hanno risposto e quelli che hanno sbagliato abbiano incontrato difficoltà con la logica del controesempio.

Per molti studenti l'affermazione è vera in alcuni casi e falsa in altri, perché perdono di vista il quantificatore universale e il suo ruolo strategico nella determinazione della valutazione di verità della proposizione, prestando solo attenzione alla proposizione aperta $2^n + 1$ è primo. Per i diversi valori di n che uno studente può facilmente provare ($n = 0$; $n = 1$; $n = 2$; $n = 4$), $2^n + 1$ è un numero primo. Ciò è sufficiente per concludere che l'affermazione non è falsa, almeno non sempre. Il quesito rischia quindi di non avere senso per molti studenti.

La logica del controesempio può essere compresa, accettata e applicata solo ponendo attenzione sul significato dei quantificatori per la valutazione del valore di verità di una proposizione. D'altra parte questa competenza (importante nella più generale preparazione scientifica degli allievi) va preparata con pazienza e con numerosi esempi e controesempi: non è inusuale ascoltare errori di questo tipo anche nei ragionamenti degli adulti.

Un modo naturale di esplorazione del problema passa per la costruzione della tabella

n	$2^n + 1$
0	2
1	3
2	5
3	9
4	17
5	33
6	65
7	129
8	257
9	513
10	1025

Forse quello che manca nella pratica didattica è proprio la fase di esplorazione di un problema, cioè quella fase estremamente istruttiva (ma anche potenzialmente dispersiva) che ha lo scopo di aiutare la comprensione del problema e poi condensare le conoscenze intorno ad una strategia di soluzione. Se la formulazione di D4 fosse stata "Si osservi la tabella e si verifichi se l'affermazione ... è vera" probabilmente il numero di risposte esatte sarebbe stato molto maggiore: l'anello mancante potrebbe essere proprio l'esplorazione.

D5. L'età della Terra è valutata intorno ai $4,5 \times 10^9$ anni. L'Homo Erectus è comparso circa 10^6 anni fa. Qual è la stima che più si avvicina all'età che la Terra aveva quando è comparso l'Homo Erectus?

- ☐ A. $4,5 \times 10^9$ anni
- ☐ B. $3,5 \times 10^9$ anni
- ☐ C. $4,5 \times 10^6$ anni
- ☐ D. $4,5 \times 10^3$ anni

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D5	2,6	10,2	6,9	23,2	57,0

AMBITO PREVALENTE: Numeri

PROCESSO PREVALENTE: Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (*saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...*)

COMPITO: ..Effettuare calcoli approssimati. Saper stimare il risultato di un'operazione.

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Analizzare dati e interpretarli usando consapevolmente gli strumenti di calcolo

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D5: A.

L'informazione che l'età della Terra è $4,5 \cdot 10^9$ anni equivale a dire che l'età della Terra è maggiore o uguale di $4,45 \cdot 10^9$ anni e minore di $4,55 \cdot 10^9$ anni. La stima migliore, fra quelle proposte è quindi $4,5 \cdot 10^9$ anni. Infatti, sottraendo a un qualunque numero reale compreso fra $4,45 \cdot 10^9$ e $4,55 \cdot 10^9$ il numero 10^6 si ottiene sempre un numero compreso fra $4,44 \cdot 10^9$ e $4,55 \cdot 10^9$.

Questa risposta può essere sorprendente, ma bisogna pensare che si tratta di togliere 1 milione di anni da 4,5 miliardi: la sottrazione non incide sulla cifra dei miliardi (4).

COMMENTO

La bassissima percentuale di risposte corrette (10% circa, una delle percentuali più basse dell'intero fascicolo) evidenzia le difficoltà che gli studenti hanno a gestire approssimazioni, stime numeriche e determinazioni di ordini di grandezza: si tratta di argomenti poco trattati, nonostante la loro importanza, nella prassi didattica, dove si predilige il lavoro sul calcolo simbolico.

In questo caso si aggiungono alle difficoltà già elencate quelle sulle proprietà delle potenze: l'opzione più scelta, infatti è la c) il cui risultato si ottiene sottraendo all'esponente 9 presente nella stima dell'età della Terra, l'esponente 6, presente nel dato riferito alla comparsa sulla Terra di Homo Sapiens. Questo errore è ben noto agli insegnanti e molti studenti lo commettono, perché non sono abituati a controllare i risultati che ottengono, ma applicano mnemonicamente schemi di calcolo senza verificarne la plausibilità. In questo caso, una maggiore attenzione agli ordini di grandezza, alle stime numeriche, alle approssimazioni, avrebbe portato a scartare immediatamente le opzioni c) e d), che sono state le più scelte.

Probabilmente anche il peso del contratto didattico aiuta a piegare l'esigua percentuale di risposte esatte: bisogna fare una sottrazione tra due numeri e il risultato non può essere il primo numero: $a-b$ non può essere uguale ad a .

- D6. Nel diagramma di figura 1 sono riportati i consumi elettrici (in TWh - terawattora) in Italia dal 2000 al 2005 in funzione della provenienza dell'energia dall'Autoproduzione, dal Mercato libero o dal Mercato vincolato.

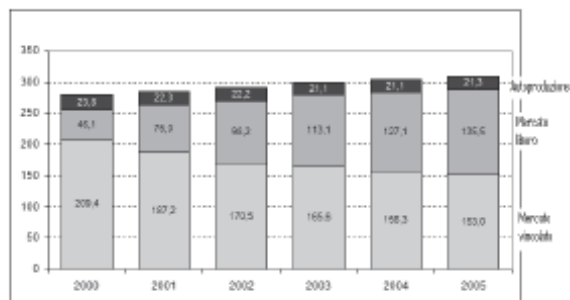


Figura 1

I grafici A, B e C in figura 2 sono stati costruiti con gli stessi dati rappresentati nel diagramma di figura 1.

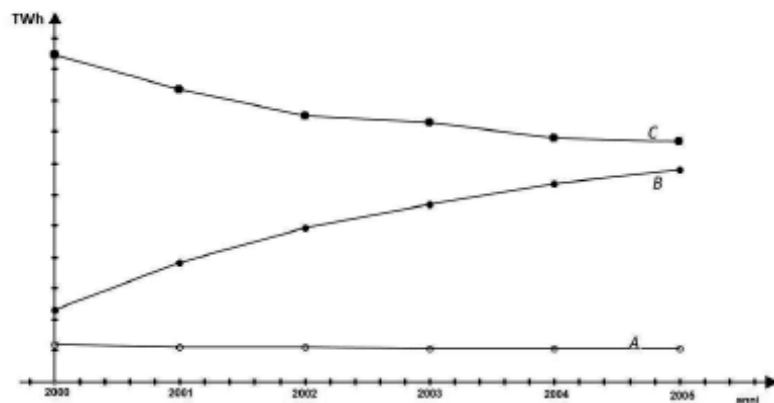


Figura 2

Confronta le figure 1 e 2 e completa le seguenti frasi indicando la provenienza dell'energia (Autoproduzione, Mercato libero, Mercato vincolato).

1.	Il grafico A corrisponde all'andamento dei consumi di energia proveniente da	
2.	Il grafico B corrisponde all'andamento dei consumi di energia proveniente da	
3.	Il grafico C corrisponde all'andamento dei consumi di energia proveniente da	

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D6_1	9,0	29,4	61,7
D6_2	9,3	20,1	70,7
D6_3	9,3	28,0	62,7

AMBITO PREVALENTE: Dati e Previsioni

PROCESSO: Usare e interpretare diverse forme di rappresentazione di dati per rispondere a domande e risolvere problemi

COMPITO: Usare e interpretare diverse forme di rappresentazione di dati per rispondere a domande e risolvere problemi

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche.

RISPOSTE CORRETTE:

Domanda D6_1: Autoproduzione

Domanda D6_2: Mercato libero

Domanda D6_3: Mercato vincolato

Si tratta di osservare attentamente il grafico a barre (figura 1) e di interpretare quel che si osserva.

La quantità di energia elettrica proveniente dall'autoproduzione è rimasta pressoché invariata (grafico A).

La quantità di energia elettrica proveniente dal mercato libero dell'energia, dal 2000 al 2005, è aumentata (grafico B).

La quantità di energia elettrica proveniente dal mercato vincolato dell'energia, dal 2000 al 2005, è diminuita (grafico C).

Queste osservazioni vanno coordinate con quelle analoghe che si possono fare sui grafici cartesiani, in modo tale da individuare le associazioni corrette.

COMMENTO

Per rispondere correttamente gli studenti devono possedere discrete competenze di coordinamento fra due diverse rappresentazioni entrambe appartenenti al registro grafico. Si tratta di associare l'andamento delle altezze dei rettangoli con l'andamento dei grafici cartesiani. Il numero di risposte corrette, in tutti i casi sensibilmente maggiore di quello delle risposte errate, suggerisce che, se questi argomenti vengono trattati, non costituiscono grossi ostacoli. Se è vero che nella prassi didattica dei bienni di molte scuole secondarie di secondo grado, in particolare nei licei, le competenze di lettura dei grafici non hanno ancora il rilievo e l'attenzione che meriterebbero, allora i discreti risultati (non bisogna però dimenticare che il 10% circa non risponde) dipenderebbero soprattutto da quanto svolto dagli studenti nella scuola secondaria di primo grado, il che suggerisce che le competenze di lettura di un grafico siano relativamente stabili, una volta acquisite.

la mappa che vedi qui sotto il punto è contrassegnato da un asterisco).



- all'incirca ha percorso in tutto?**

Risposta:

- b. Qual è, all'incirca, la scala della mappa?**

- ☐ A. 1:60
- ☐ B. 1:600
- ☐ C. 1:6 000
- ☐ D. 1:60 000

AMBITO PREVALENTE: Relazioni e Funzioni

PROCESSO PREVALENTE

DOMANDA a: riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e utilizzare strumenti di misura (*individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, stimare una misura,...*)

DOMANDA b: conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*)

COMPITO: Calcolare distanze su una mappa.

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi.

RISPOSTE CORRETTE:

Domanda D7_a: 600 metri.

Se con un righello si misura sulla mappa la lunghezza del tratto percorso in via XX Settembre, si trova circa 2,5 cm. Misurando il tratto percorso in via A.G.I. Bertola sulla mappa, si ottengono 7,4 cm, uguale a circa il triplo del tratto percorso in via XX Settembre. Poiché 2,5 cm sulla mappa (via XX Settembre) corrispondono a un tratto di 150 m, il tratto percorso in via A.G.I. Bertola è di circa 450 m.

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D7 a	11.9	57.6	30.5

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D7 b	5.9	33.1	30.6	24.8	5.7

Quindi il Sig. Carlo ha percorso all'incirca

150 m + 450 m = 600 m.

Si possono accettare anche risposte che vanno da 582 a 600 m.

Domanda D7_b: C

A 2,5 cm sulla mappa corrisponde un percorso di 150 m, ovvero di 15.000 cm.

Quindi a 2,5 cm corrispondono 15.000 cm, ossia, dividendo per 2,5, si ottiene una scala 1 : 6000.

COMMENTO

Per rispondere correttamente servono competenze legate ai cambiamenti di scala e di unità di misura. Si tratta di argomenti che trovano ampi spazi nella prassi didattica delle scuole secondarie di primo grado e che talvolta vengono dati per scontati nelle scuole secondarie di secondo grado. La percentuale di risposte corrette è inferiore al 30% per l'item a) e di poco superiore al 30% per l'item b). Ciò suggerisce che le competenze legate ai cambiamenti di scala e di unità di misura non siano ancora consolidate a livello di biennio.

Particolarmente insidioso appare il distrattore A (1:60) che si ottiene se non si trasforma la misura di 150 m in cm. Gli altri distrattori invece corrispondono a errori nella conversione di metri in cm.

Può anche darsi che molti studenti non conoscano il significato dell'espressione "1:60", che ha una struttura convenzionale (in un altro contesto potrebbe significare 1 cm a 60 m) e dunque costituisce una nozione (più che una competenza) che deve essere stata appresa appositamente a scuola. È probabile che molti studenti abbiano impostato la proporzione $2,5:150=1:x$, arrivando alla conclusione (in qualche modo corretta) che 1 cm corrisponde a 60 m. Inspiegabile, se non in termini di errori sistematici di calcolo (conversione tra unità di misura omogenee e ordini di grandezza) il 30,6% di risposte B. Questo risultato, unito a quello di D5, e al successivo D8, potrebbe costituire una precisa indicazione a insistere maggiormente su stime di misura e ordini di grandezza nella scuola secondaria di I grado, e a riprendere costantemente (e mantenere viva) questa competenza nella scuola secondaria di II grado.

D8. La dimensione di un televisore è la misura della diagonale dello schermo espressa in pollici (1 pollice = 2,54 cm). Nei televisori di nuova generazione il rapporto tra la larghezza e l'altezza dello schermo è 16:9.

- a. Se la larghezza dello schermo di uno di questi televisori è circa 57,5 cm, qual è all'incirca la sua altezza?

Risposta: cm

- b. Da quanti pollici è il televisore?

- ☐ A. 20 pollici (= 50,80 cm)
☐ B. 26 pollici (= 66,04 cm)
☐ C. 28 pollici (= 71,12 cm)
☐ D. 32 pollici (= 81,28 cm)

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D8 a	27,6	30,8	41,5

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D8 b	13,6	16,8	43,4	11,7	14,5

AMBITO PREVALENTE: Spazio e Figure

PROCESSO PREVALENTE: Risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...*)

COMPITO: Utilizzare il teorema di Pitagora per risolvere un problema

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico, rappresentandole anche sotto forma grafica

RISPOSTE CORRETTE:

Domanda D8_a: 32,34 cm

Si possono accettare anche 32 cm, 32,3 cm oppure 32,343 o con ancora più cifre dopo la virgola (risposte che potrebbero essere dovute probabilmente all'uso della calcolatrice).

Per rispondere a questa domanda occorre dividere la larghezza dello schermo per 16 e poi moltiplicare il risultato per 9:

$$57,5 \cdot \frac{9}{16} = 32,34... \text{ cm}$$

Domanda D8_b: B

Per determinare la lunghezza della diagonale dello schermo occorre applicare il teorema di Pitagora.

Chiamando b la larghezza dello schermo, h l'altezza dello schermo e d la lunghezza della diagonale, si ha:

$$d = \sqrt{b^2 + h^2} = \sqrt{b^2 + \left(\frac{9}{16}b\right)^2} = \sqrt{b^2 + \frac{81}{256}b^2}$$

Quindi

$$d = b \frac{\sqrt{337}}{16} = 57,5 \cdot \frac{\sqrt{337}}{16} \approx 65,97 \text{ cm.}$$

che è circa 26 pollici.

Alla misura della diagonale si può arrivare anche usando direttamente il teorema di Pitagora sulle misure della larghezza e dell'altezza dello schermo.

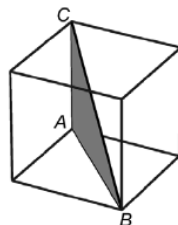
COMMENTO

Per rispondere bisogna essere in grado di applicare il teorema di Pitagora in una situazione concreta. Non è importante sapere convertire i pollici in centimetri ed è conveniente usare la calcolatrice.

Si tratta di un problema tipico della prassi didattica della scuola secondaria di primo grado, forse meno considerato oggi nella scuola secondaria di secondo grado, anche a causa del minor tempo che si dedica alla geometria rispetto a qualche anno fa.

La percentuale di risposte corrette supera quella delle risposte errate, ma vi è una percentuale rilevante di risposte mancanti, che suggeriscono difficoltà, da parte degli studenti, nel modellizzare anche situazioni relativamente semplici e in cui il modello matematico è, per così dire, trasparente.

D9. Nella figura è rappresentato un cubo.



Il triangolo ABC ha come lati uno spigolo del cubo, la diagonale di una sua faccia e una diagonale del cubo.

a. Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		Vera	Falsa
a1.	Il lato AB è uguale al lato AC	☐	☐
a2.	Il triangolo ABC è rettangolo	☐	☐
a3.	Il lato BC è il più lungo dei tre	☐	☐
a4.	L'angolo ABC è di 45°	☐	☐

b. Se lo spigolo del cubo misura 1 m, quanto misurano i lati del triangolo ABC?

AC = m

AB = m

BC = m

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Vero	Falso
D9_a1	1,3	45,4	53,3
D9_a2	1,8	71,7	26,5
D9_a3	1,3	86,9	11,8
D9_a4	4,0	44,6	51,4

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D9_b	31,1	47,0	21,9

AMBITO PREVALENTE: Spazio e Figure

PROCESSO PREVALENTE

DOMANDA a: riconoscere le forme nello spazio (*riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...*)

DOMANDA b: Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*)

COMPITO: Utilizzare il Teorema di Pitagora per risolvere un problema; riconoscere le relazioni tra le forme a tre dimensioni e la loro rappresentazione bidimensionale

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Confrontare e analizzare figure geometriche, individuando invarianti e relazioni

RISPOSTE CORRETTE:

Domanda D9a_1: Falsa

Infatti il lato AB, che è la diagonale di una faccia del cubo, non può essere uguale ad AC che è uno spigolo del cubo.

Domanda D9a_2: Vera

Infatti il triangolo ABC è rettangolo in A.

Domanda D9a_3: Vera

Infatti BC è l'ipotenusa del triangolo rettangolo ABC.

Domanda D9a_4: Falsa

Infatti il triangolo rettangolo ABC non è isoscele (AB è maggiore di AC).

Domanda D9_b: $AC = 1$ m; $AB = \sqrt{2}$ m; $BC = \sqrt{3}$ m

Si possono accettare anche valori approssimati

$AB = 1,41$ m oppure $AB = 1,4$ m

$BC = 1,73$ m oppure $BC = 1,7$ m

COMMENTO

L'elevata percentuale di risposte corrette agli item a_2 e a_3, rispetto agli item a_1 e a_4 suggerisce che molti studenti abbiano risposto osservando le misure dei segmenti sulla figura. Questa ipotesi è suggerita soprattutto dalla risposta errata data da molti studenti all'item a_1 che non avrebbe dovuto comportare problemi per chi vede nella figura una rappresentazione piana di un oggetto tridimensionale, visto che si tratta di confrontare il lato di un quadrato con la sua diagonale. Si noti che gli item a_1 e a_4 sono equivalenti: è naturale dunque che le percentuali di risposta siano simili. Chi ha sbagliato a_1 (perché "vede" un triangolo isoscele con lati uguali AB e AC) sbaglia anche a_4 perché "vede" uguali gli angoli alla base BC. Dunque la metà circa degli studenti si rappresenta mentalmente ABC come un triangolo rettangolo isoscele, non distinguendo tra il cubo (figura tridimensionale) e la sua rappresentazione piana mediante affinità e anzi affidandosi alla percezione visiva come motivazione alle risposte.

L'alto numero di risposte corrette ad a_2 è consolante: nonostante il triangolo ABC venga trasformato nella rappresentazione piana in un triangolo ottusangolo, molti studenti riconoscono che è un triangolo rettangolo, e dunque mostrano di distinguere tra una figura tridimensionale e la sua rappresentazione. L'alto numero di risposte corrette ad a_3 invece non è consolante, perché il lato BC resta il più lungo anche nella rappresentazione piana, e dunque buona parte delle risposte esatte potrebbero essere frutto di una percezione visiva sbagliata.

Sarebbe interessante vedere se molti studenti che hanno sbagliato la risposta all'item b) si sono limitati a misurare con il righello la misura dei segmenti AC, AB e BC.

Insieme a D2 e D3 questa domanda pone il problema della "raffigurazione mentale" di una figura: la scuola dovrebbe impegnarsi maggiormente su queste modalità di rappresentazione delle figure tridimensionali.

D10. Qual è la metà del numero $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$?

- ☐ A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{50}$
- ☐ B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{25}$
- ☐ C. $\left(\frac{1}{2}\right)^{51}$
- ☐ D. $\left(\frac{1}{2}\right)^{49}$

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D10	1,0	19,8	59,2	12,1	8,0

AMBITO PREVALENTE: Numeri

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture...*)

COMPITO: Trasformare la metà di un numero in moltiplicazione per $1/2$

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D10: C.

La metà di un numero si ottiene dividendolo per 2 oppure moltiplicandolo per $1/2$. Pertanto la metà del numero $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$ è $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{50} = \left(\frac{1}{2}\right)^{51}$

COMMENTO

La percentuale di risposte corrette è una delle più basse dell'intero fascicolo. Si tratta di un argomento tipico della prassi didattica della scuola secondaria di primo grado e della prima fase del primo anno di scuola secondaria di secondo grado: non stupisce quindi che la percentuale di risposte non date sia trascurabile. Invece l'elevatissima percentuale di risposte errate conferma quanto è noto alla ricerca didattica e cioè la difficoltà a lavorare simbolicamente con le potenze e, in particolare, con le potenze di numeri razionali. Gli studenti sembrano perdere il senso di quello che fanno, perché non riescono a trovare (o non cercano)

strumenti di controllo. Questa impressione è confermata dall'alta percentuale di scelta dell'opzione a), in cui invece che il numero $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$ è stato diviso per 2 il suo esponente.

I distrattori corrispondono a errori tipici nel calcolo con le potenze di un numero.

- D11. La relazione seguente esprime la spesa annuale per l'automobile, composta da una parte fissa e da una parte proporzionale al numero di km percorsi:

$$S = F + c \cdot k$$

dove F sono le spese fisse, c è il costo al km e k è il numero di km percorsi.

Nella tabella sono riportate le spese fisse e il costo al km per alcuni tipi di automobile.

	Auto A	Auto B	Auto C	Auto D
Spese fisse F	900 euro	580 euro	650 euro	1 200 euro
Costo al km c	0,25 euro/km	0,33 euro/km	0,27 euro/km	0,31 euro/km

- a. Se percorro 10 000 km all'anno, quale auto è più conveniente?

- ☐ A. L'auto A
- ☐ B. L'auto B
- ☐ C. L'auto C
- ☐ D. L'auto D

- b. Il proprietario di un'auto di tipo A ha speso 3 000 euro in un anno. Quanti km ha percorso?

Risposta: km

- c. Se confrontiamo un'auto di tipo B con una di tipo D, possiamo dire che

- ☐ A. è sempre più economico utilizzare l'auto di tipo B
- ☐ B. è sempre più economico utilizzare l'auto di tipo D
- ☐ C. l'auto di tipo B conviene fino a un certo numero di km annuali, oltre questo numero conviene l'auto di tipo D
- ☐ D. l'auto di tipo D conviene fino a un certo numero di km annuali, oltre questo numero conviene l'auto di tipo B

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D11_a	2,1	16,1	16,9	61,2	3,7
D11_c	6,2	38,7	7,1	37,5	10,4

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D11_b	21,8	47,1	31,1

AMBITO PREVALENTE: Relazioni e Funzioni

PROCESSO PREVALENTE: Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...*)

COMPITO Confrontare rappresentazioni diverse (tabelle, formule) di una funzione. Operare scelte sulla base dell'andamento di funzioni, di calcoli di funzioni date

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico

RISPOSTE CORRETTE:

Domanda D11_a: C

Se percorro 10.000 km in un anno:

con l'Auto A la spesa è:

$$S = 900 + 0,25 \cdot 10000 = 900 + 2500 = 3400$$

Con l'auto Auto B:

$$S = 580 + 0,33 \cdot 10000 = 580 + 3300 = 3880$$

Con l'Auto C:

$$S = 650 + 0,27 \cdot 10000 = 650 + 2700 = 3350$$

E con l'Auto D:

$$S = 1200 + 0,31 \cdot 10000 = 1200 + 3100 = 4300$$

L'auto C, se percorro 10.000 km all'anno è la più conveniente.

I calcoli possono essere eseguiti anche mentalmente poiché si moltiplica per 10.000.

Domanda D1_b: 8400 km

Se il proprietario di un'auto A ha speso in un anno 3000 euro, allora si può scrivere l'equazione

$$900 + 0,25 \cdot k = 3000$$

Pertanto

$$0,25 \cdot k = 2100, \text{ che implica } k = 8400 \text{ km.}$$

Si può rispondere anche senza risolvere esplicitamente un'equazione.

Domanda D11_c: C

Il confronto tra un'auto di tipo B e un'auto di tipo D, si può fare risolvendo la disequazione

$$580 + 0,33 \cdot k \leq 1200 + 0,31 \cdot k$$

che esprime la domanda "se k è il numero di km all'anno, per quali k il costo annuale di B è minore o uguale al costo annuale di D?"

Si ottiene

$$0,02 \cdot k \leq 620 \quad \text{ossia} \quad 0,01 \cdot k \leq 310$$

che dà $k \leq 31.000$ km.

Quindi fino a 31000 km all'anno conviene un'auto di tipo B e oltre 31000 km all'anno conviene un'auto di tipo D. Se percorro 31.000 km all'anno, allora la scelta tra un'auto B e una D è indifferente.

Si può anche rispondere per tentativi, ad esempio pensando a 20.000 km per anno e poi provando a calcolare il costo anche per un valore doppio, e cioè 40.000 km.

Si sarebbe potuto anche rispondere notando che la pendenza della funzione lineare che rappresenta il costo dell'auto B (0,33 euro/km) è maggiore di quella che rappresenta il costo dell'auto D (0,31 euro/km). Quindi esiste un numero di km per cui il costo dell'auto B supera quello dell'auto D (si può verificare, anche per tentativi, che tale numero di km può essere percorso in un anno).

Non era richiesto di calcolare esattamente il valore al di sopra del quale la scelta di D diventava più conveniente.

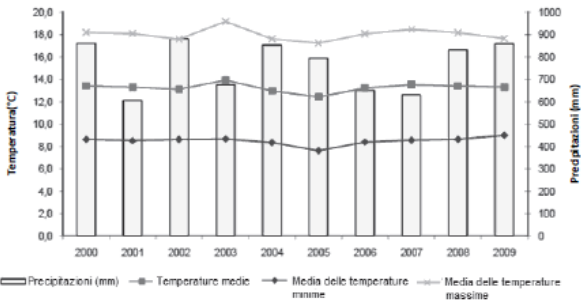
COMMENTO

Il quesito testa competenze di modellizzazione, in particolare uso di modelli lineari per effettuare scelte. Si può notare che la maggiore percentuale di risposte corrette si ha nell'item 11_a (sopra al 60%). Ciò non è strano, in quanto in esso richiedeva di eseguire una semplice espressione aritmetica che si poteva costruire moltiplicando il costo al km (fornito in tabella) per i numeri di km percorsi (10000, dato fornito nel testo) e aggiungendo la spesa fissa (fornita in tabella). Il modello lineare $S = F + ck$ può anche rimanere implicito nel processo risolutivo: non è richiesto, per rispondere, di lavorare nel registro simbolico. Anche l'item

11_c poteva essere affrontato rimanendo interamente all'interno del registro numerico, ma poteva richiedere, in generale, qualche esplorazione numerica in più dell'item 11_b. La percentuale di risposte corrette scende, in questo caso, al di sotto del 40%.
 L'item 11_b richiede, invece, il calcolo di k a partire dalla conoscenza di F , S e c nella formula $S = F + ck$. È ovvio che in questo caso il lavoro nel registro simbolico diventa importante e le risposte corrette qui scendono al 31% e più del 20% non dà alcuna risposta.

D12. Osserva il seguente grafico che rappresenta l'andamento delle temperature (scala a sinistra) e delle precipitazioni piovose (scala a destra) in Italia negli ultimi anni.

Figura 1. Media annua della temperatura media, massima e minima giornaliera e precipitazioni totali annue in Italia. Anni 2000-2009 (temperatura in gradi Celsius e precipitazioni in millimetri)



Indica per ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa o se non si può ricavare dal grafico (metti una crocetta per ciascuna riga).

		Vero	Falso	Non si può ricavare
a.	Nel decennio 2000-2009 la temperatura media annua è risultata più alta di 0,8 gradi rispetto al periodo 1971-2000	☐	☐	☐
b.	L'anno 2003 è quello in cui si è registrato il più alto valore per la media delle temperature massime	☐	☐	☐
c.	L'anno 2005 è quello in cui si è registrato il più alto valore per la media delle temperature minime	☐	☐	☐
d.	L'anno in cui la media delle temperature massime è stata più alta è anche quello in cui le precipitazioni sono state minori	☐	☐	☐
e.	L'anno 2005 è quello in cui c'è stato il giorno più freddo	☐	☐	☐
f.	Il 2004 è stato l'anno più piovoso	☐	☐	☐

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI		
		Vero	Falso	Non si ricava
D12_a	2,6	7,5	4,6	85,3
D12_b	1,8	81,5	15,8	0,9
D12_c	2,1	36,6	59,6	1,8
D12_d	3,1	12,2	76,1	8,6
D12_e	2,7	39,8	13,7	43,9
D12_f	2,4	7,7	82,4	7,5

AMBITO PREVALENTE: Dati e Previsioni

PROCESSO PREVALENTE: Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (*descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...*).

COMPITO: leggere e comprendere un grafico

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche.

RISPOSTE CORRETTE:

Domanda 12_a: Non si può ricavare

Nella tabella abbiamo a disposizione alcuni dati riguardanti gli anni dal 2000 al 2009 e non possiamo ricavare alcunché sugli anni dal 1971 al 2000.

Domanda 12_b: Vero

Nell'anno 2003 si è registrato il valore più alto della media delle temperature massime.

Domanda 12_c: Falso

Nell'anno 2005 non si è registrato il valore più alto della media delle temperature minime (anzi, il 2005 è l'anno nel quale si è registrato il valore più basso della media delle temperature minime).

Domanda 12_d: Falso

L'anno in cui la media delle temperature massime è stata più alta è il 2003 e quello in cui le precipitazioni sono state minori è il 2001.

Domanda 12_e: Non si può ricavare

Sappiamo soltanto che il 2005 è stato l'anno in cui è stata più bassa la media delle temperature minime.

Domanda 12_f: Falso

Non è il 2004 l'anno più piovoso, ma il 2002.

COMMENTO

Gli studenti dimostrano, mediamente, buone competenze nella lettura di un grafico relativamente complesso: la doppia scala verticale (con indicazione a sinistra delle temperature e a destra delle precipitazioni) riferita a una stessa scala temporale, l'uso di rettangoli per indicare l'andamento delle precipitazioni e delle più classiche spezzate per indicare l'andamento delle temperature, il riferimento a tre grafici di temperatura (media, media delle minime e media delle massime) rende non banale la lettura del diagramma.

Le minori percentuali di risposte corrette sono state registrate per gli item 12_c e 12_e. Nel caso del 12_c può esserci stata un'interferenza tra i termini “più alto” e “minime” nella richiesta (“il più alto valore nella media delle temperature minime”). Nell'item 12_e molti studenti, dall'informazione che il 2005 è stato l'anno in cui è stata più bassa la media delle temperature minime, hanno concluso, in modo scorretto, che in quell'anno si è avuto il giorno più freddo.

D13. L'insegnante di inglese dà ai suoi studenti un test formato da 25 domande e spiega che il punteggio totale p è calcolato assegnando 4 punti per ogni risposta esatta e togliendo 2 punti per ogni risposta sbagliata o mancante.

- a. Il punteggio massimo possibile è
- b. Scrivi la formula che fornisce il punteggio p complessivo, indicando con n il numero di risposte esatte.
- $p = \dots\dots\dots$
- c. Se la sufficienza si ottiene con più di 60 punti, qual è il numero minimo di domande al quale occorre rispondere correttamente per avere la sufficienza?

Risposta:

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D13 a	5,0	6,0	89,0
D13 b	19,3	72,7	8,0
D13 c	10,2	78,5	11,3

AMBITO PREVALENTE: Relazioni e Funzioni

PROCESSO PREVALENTE:

DOMANDA a e c: risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,..*)

DOMANDA b: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, ...*)

COMPITO : Costruire e interpretare formule. Saper identificare se un certo valore soddisfa una data equazione o formula

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi.

RISPOSTE CORRETTE:

Domanda D13_a: 100

Infatti per $n = 25$, si ottiene $p = 4 \cdot 25 = 100$

Domanda D13_b:

$$p = 4n - 2(25 - n) = 6n - 50$$

Va bene sia la risposta $p = 4n - 2(25 - n)$, ottenuta senza eseguire la moltiplicazione e senza ridurre i termini simili, sia la risposta $p = 6n - 50$.

Domanda D13_c: 19.

Infatti deve essere $6n - 50 \geq 60$.

Quindi $6n \geq 110$, da cui si ottiene $n \geq 18,333\dots$.

Il primo numero intero successivo al valore trovato è 19.

Il calcolo si può fare anche senza risolvere una disequazione. Basta procedere per tentativi e scoprire così che, per avere la sufficienza, il numero di quesiti esatti deve essere almeno 19.

COMMENTO

La percentuale di risposte esatte all'item D13_a è circa 90%. Ciò non sorprende, visto che si tratta di moltiplicare il punteggio di una risposta esatta per il massimo numero di risposte esatte che si possono dare al test. La percentuale di risposte esatte all'item D13_b è invece la più bassa dell'intero fascicolo: solo 8 studenti su 100 rispondono correttamente e 19 su 100 non rispondono. In questo caso si trattava di costruire un piccolo modello matematico, una funzione lineare che fornisce, per ogni numero di risposte esatte, il punteggio complessivo del test. Si arriva alla risposta costruendo una semplice espressione algebrica in cui la difficoltà maggiore è mettere in relazione il numero n di risposte esatte con il numero m di risposte errate o mancanti, conoscendo il numero totale delle domande. Sarebbe interessante esaminare un campione degli elaborati per verificare se davvero gli studenti che hanno sbagliato la risposta hanno incontrato difficoltà a esprimere, più o meno esplicitamente, la relazione $m = 25 - n$. Il risultato particolarmente sconcertante ottenuto dagli studenti italiani nel rispondere a questa domanda impone una seria riflessione sulla prassi didattica italiana che dedica larghissimo spazio, nel primo biennio di scuola secondaria di secondo grado, ad attività fini a se stesse di manipolazioni sintattiche di complicate espressioni: a che scopo tutto questo lavoro se gli studenti non sono in grado di scrivere e manipolare l'espressione $p = 4n - 2(25 - n)$ che lega il punteggio p al numero n di risposte esatte sapendo che per ogni risposta esatta vengono attribuiti 4 punti e che 25 sono state le domande proposte (nessun punto a risposte errate mancanti)?

Le risposte all'item D13_c sono andate leggermente meglio, ma ciò è comprensibile, perché la risposta poteva essere fornita anche senza costruire alcun modello e risolvere alcuna disequazione. Bastava procedere per tentativi e scoprire così che, per avere la sufficienza, il numero di quesiti esatti deve essere almeno 19.

D14. L'insegnante chiede: "Se n è un numero naturale qualsiasi, cosa si ottiene addizionando i tre numeri $2n+1$, $2n+3$ e $2n+5$?"

Mario afferma: "Si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri".

Luisa risponde: "Si ottiene sempre un numero dispari".

Giovanni dice: "Si ottiene sempre un multiplo di 3".

Chi ha ragione?

- ☐ A. Tutti e tre
- ☐ B. Solo Mario
- ☐ C. Solo Luisa
- ☐ D. Solo Giovanni

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D14	2,1	14,6	8,4	68,0	6,9

AMBITO PREVALENTE: Relazioni e Funzioni

PROCESSO PREVALENTE : Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (*congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...*)

COMPITO: Saper interpretare una formula

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico e algebrico

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda 14: A

$$2n + 1 + 2n + 3 + 2n + 5 = 6n + 9 = 3(2n + 3).$$

Ciò che si ottiene, quindi, è il triplo del numero $2n + 3$. Trattandosi del triplo di un numero dispari, sia Giovanni, sia Luisa, sia Mario hanno ragione.

COMMENTO

Per rispondere, gli studenti avrebbero potuto:

- utilizzare il calcolo letterale (un'addizione e una scomposizione mediante raccoglimento a fattor comune) riconoscendo nell'espressione $3(2n + 3)$ un numero dispari;
- individuare, nei tre numeri dati, tre numeri dispari consecutivi e, pensando alla struttura della semiretta dei numeri naturali, riconoscere che la somma di tre numeri dispari consecutivi è il triplo del secondo numero.

La percentuale di risposte corrette è di poco inferiore al 15%. L'opzione C è stata quella più scelta: non è strano, perché si vede immediatamente che è corretta. Infatti lavorando nel frame “pari-dispari” gli studenti possono concludere immediatamente che Luisa ha ragione, perché la somma di tre numeri dispari è dispari. A questo punto molti studenti potrebbero avere pensato “poiché ho individuato una risposta corretta, le altre sono errate”. Una lettura più meditata avrebbe suggerito di verificare anche la correttezza dell'opzione A. Probabilmente questo equivoco si è andato ad aggiungere alla poca abitudine della prassi didattica italiana di usare l'algebra e il calcolo letterale come strumento di rappresentazione, di dimostrazione e, più in generale come strumento di pensiero; tutto ciò ha portato a una percentuale di risposte corrette molto bassa.

Come per D4, anche in questo caso si poteva esplorare il problema assegnando a n i valori successivi 0, 1, 2, ... ottenendo per esempio una tabella del tipo

n	$2n+1$	$2n+3$	$2n+5$	somma
0	1	3	5	9
1	3	5	7	15
2	5	7	9	21
3	7	9	11	27
4	9	11	13	33
5	11	13	15	39
6	13	15	17	45
7	15	17	19	51
8	17	19	21	57
9	19	21	23	63
10	21	23	25	69

da cui si può verificare in modo empirico la correttezza di tutte le affermazioni. Ma questa fase (che richiede tempo) non è forse prassi didattica comune e dal contratto didattico lo studente non si sente autorizzato a indurre da casi particolari proprietà generali: ma l'esplorazione, anche di pochi casi, può mostrare subito se la proprietà è falsa, oppure dare indizi di plausibilità (e in certi casi, anche di verità).

D15. Dividere un numero per 0,2 è lo stesso che moltiplicarlo per

- ☐ A. $\frac{1}{5}$
- ☐ B. $\frac{1}{2}$
- ☐ C. 2
- ☐ D. 5

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D15	1,6	46,1	20,2	7,7	24,4

AMBITO PREVALENTE: Numeri.

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*).

COMPITO: Saper passare da una frazione ad un numero decimale e viceversa. Eseguire operazioni con frazioni e decimali

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico.

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D15: D

$$a : 0,2 = a : (1/5) = a \cdot 5$$

COMMENTO

Per rispondere è utile essere in grado di convertire la rappresentazione decimale di un numero razionale in frazione e ricordare che dividere un numero razionale a per un numero razionale non nullo b equivale a moltiplicare a per l'inverso di b .

La scelta dell'opzione A può suggerire una lettura superficiale e affrettata del testo del quesito, ma se si considera che circa 2 studenti su 3 hanno scelto le opzioni A e B, allora la spiegazione più plausibile è che molti studenti siano ancora aggrappati al significato della divisione nell'insieme dei numeri naturali come ripartizione in un numero intero di parti uguali di una quantità. Il risultato di tale operazione, ovviamente, non può restituire un numero maggiore del dividendo; ciò potrebbe aver portato molti studenti a escludere le opzioni C e D.

In ogni caso, il fatto che circa 3 studenti su 4 diano una risposta scorretta suggerisce che molti studenti incontrino ancora seri ostacoli, anche dopo dieci anni di studi, nelle moltiplicazioni e divisioni con numeri razionali.

D16. L'espressione $10^{37} + 10^{38}$ è anche uguale a

- ☐ A. 20^{75}
- ☐ B. 10^7
- ☐ C. $11 \cdot 10^{37}$
- ☐ D. 10^{37+38}

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D16	2,4	35,0	1,9	22,0	38,7

AMBITO PREVALENTE: Numeri

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture...*)

COMPITO: Usare le proprietà delle potenze e raccogliimenti a fattor comune.

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D16: C

Possibile risoluzione: l'ordine di grandezza di $10^{37} + 10^{38}$ è 10^{38} , quindi le opzioni A, B e D sono da escludere. Rimane quindi la C.

Altra possibile risoluzione:

$$10^{37} + 10^{38} = 10^{37} + 10 \cdot 10^{37} = 10^{37}(1 + 10)$$

$$10^{37}(1 + 10) = 11 \cdot 10^{37} \text{ che è la risposta C.}$$

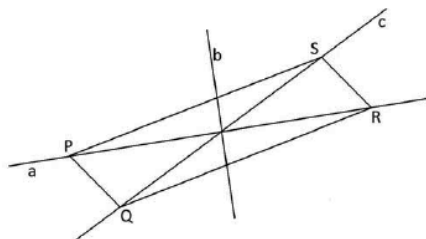
COMMENTO

Per rispondere, è possibile:

- far riferimento all'ordine di grandezza dei numeri indicati nelle varie risposte;
- manipolare simbolicamente, utilizzando la proprietà distributiva, l'espressione fornita nel testo della domanda.

La bassa percentuale di risposte corrette data a questa domanda, rafforza quanto già suggerito dalle risposte date alla domanda 10 precedentemente discussa: gli studenti incontrano serie difficoltà a lavorare simbolicamente con le potenze. In questo caso il maggior numero di risposte corrette rispetto a quelle date alla domanda 10 potrebbe dipendere dal fatto che qui si lavora con potenze di numeri naturali, in particolare, di 10, mentre la domanda 10 riguardava potenze di numeri razionali. In ogni caso la presenza di un numero così rilevante di risposte errate in domande che ricalcano esercizi tipici della prassi didattica, svolti sia nel primo, sia nel secondo ciclo di scuola secondaria, invita a una riflessione sull'opportunità didattica di molte attività di manipolazione simbolica finì a se stesse che sembrano avere come risultato, per tanti studenti, quello di inibire strumenti di controllo semantico (in questo caso più che sufficienti per determinare la risposta corretta).

D17. Quale fra le rette a , b e c , nel piano della figura, è un asse di simmetria del parallelogramma PQRS?



- ☐ A. La retta a
- ☐ B. La retta b
- ☐ C. La retta c
- ☐ D. Nessuna delle tre

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D17	3,3	4,5	43,0	5,8	43,5

AMBITO PREVALENTE: Spazio e Figure

PROCESSO PREVALENTE : Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*)

COMPITO: Individuare gli assi di simmetria di una figura

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Confrontare ed analizzare figure geometriche, individuando invarianti e relazioni.

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D17: D

In generale un parallelogramma ha solo un centro di simmetria (il punto di incontro delle diagonali) e non ha assi di simmetria. Solo nel caso in cui sia un rettangolo (angoli uguali) o un rombo (lati uguali), allora un parallelogramma ha due assi di simmetria. Nel caso del parallelogramma di figura non si ha alcuna informazione che possa indurre a ritenere che esso sia un rettangolo o un rombo, quindi la risposta corretta è la D.

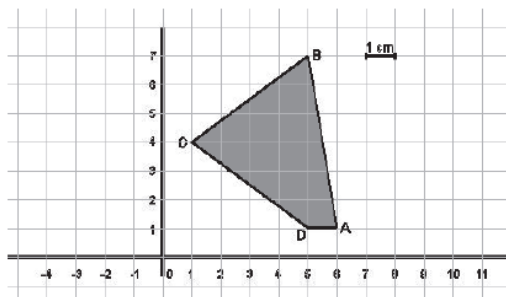
COMMENTO

Per rispondere è importante conoscere il significato di simmetria assiale e di asse di simmetria di una figura.

Purtroppo l'opzione D non consente di distinguere fra gli studenti che sanno che un parallelogramma, in generale, non ha assi di simmetria e gli studenti che pensano che un parallelogramma abbia come asse di simmetria la retta congiungente i punti medi di due lati opposti.

La quasi uguaglianza tra le percentuali di risposte B e D, oltre a segnalare un confortante 43.5% di studenti che risponde correttamente, può suggerire che alcuni studenti abbiano "visto" non una figura piana, ma la rappresentazione piana di una figura spaziale (anche se il testo, in modo molto accurato, lo precisa), dove il quadrilatero è un rettangolo e la retta b è perpendicolare al piano del rettangolo passante per il suo centro. In questo caso b sarebbe effettivamente un asse di simmetria della figura.

D18. L'unità di misura riportata sugli assi cartesiani rappresenta 1 cm.



Calcola l'area del quadrilatero ABCD.

Risposta: cm²

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D18	33,6	37,7	28,7

AMBITO PREVALENTE: Spazio e Figure

PROCESSO PREVALENTE: Risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...*)

COMPITO: Calcolare aree di figure geometriche utilizzando la scomposizione di figure

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Confrontare e analizzare figure geometriche, individuando invarianti e relazioni

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D18: 15 cm²

Basta considerare la figura da calcolare come differenza tra il rettangolo di vertici M(1;7), N(6;7), A(6;1), P(1;1) e i triangoli DPO, OMB e BNA. Si ottiene: $(30 - 6 - 6 - 3) \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$

Si potrebbe anche suddividere il quadrilatero ABCD in due triangoli ABD e BCD e calcolarne l'area:

$$\text{area (ABD)} = \frac{(1+6) \cdot 6}{2} - 9 \quad \text{area (BCD)} = \frac{(6+4) \cdot 3}{2} - 12$$

La loro somma

$$(3+12=15)$$

è l'area del quadrilatero (vedi anche D. Passalacqua: <http://lnx.sinapsi.org/wordpress/2011/05/17/soluzioni-guidate-matematica-inv>)

COMMENTO

Per rispondere è sufficiente conoscere quanto viene svolto nella scuola secondaria di primo grado relativamente ai poligoni equiscomponibili. Si tratta di esercizi tipici della prassi didattica della scuola secondaria di primo grado, ma anche degli ultimi anni della scuola primaria. Stupisce, quindi, l'elevato numero di risposte mancanti (1 studente su 3) e la bassa percentuale di risposte corrette (meno del 30%).

D19. La seguente tabella riporta il peso alla nascita, suddiviso in 4 classi, di 30 neonati:

Classi di peso (in kg)	Numero neonati
Da 1 kg e fino a 2 kg	7
Più di 2 kg e fino a 3 kg	8
Più di 3 kg e fino a 4 kg	12
Più di 4 kg e fino a 5 kg	3

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D19	2,6	14,7	14,5	59,4	8,8

Quale delle seguenti espressioni devi usare per trovare il peso medio dei 30 neonati?

- ☐ A. $\frac{1,5 + 2,5 + 3,5 + 4,5}{30}$
- ☐ B. $\frac{7 + 8 + 12 + 3}{4}$
- ☐ C. $\frac{1,5 \cdot 7 + 2,5 \cdot 8 + 3,5 \cdot 12 + 4,5 \cdot 3}{30}$
- ☐ D. $\frac{1,5 \cdot 7 + 2,5 \cdot 8 + 3,5 \cdot 12 + 4,5 \cdot 3}{4}$

AMBITO PREVALENTE: Dati e Previsioni

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*)

COMPITO: Riconoscere la procedura corretta di calcolo della media aritmetica ponderata

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi

RISPOSTA CORRETTA: Domanda D19: C

Per calcolare la media di una grandezza continua suddivisa in classi di uguale ampiezza si determina il valore medio di ciascuna classe e poi si effettua la media ponderata:

$$(1,5 \cdot 7 + 2,5 \cdot 8 + 3,5 \cdot 12 + 4,5 \cdot 3) / 30$$

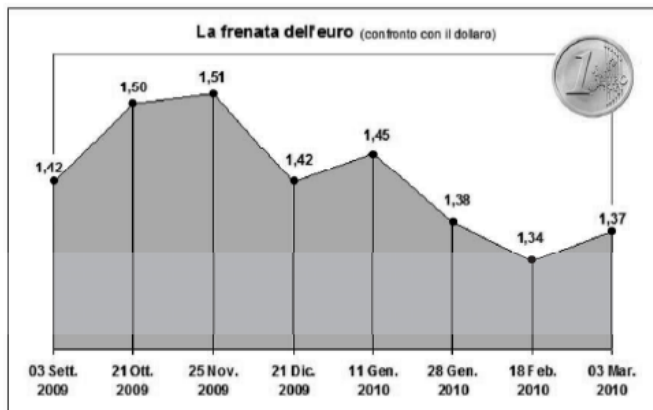
COMMENTO

Per rispondere lo studente deve calcolare la media di una grandezza quantitativa continua di cui è nota la distribuzione di frequenza rispetto a una suddivisione in classi di uguale ampiezza.

L'opzione A non tiene conto della frequenza assoluta relativa a ogni classe; la risposta B non prende in considerazione i valori della variabile di cui si vuole la media, ma le frequenze delle varie classi; la risposta D non tiene conto del numero totale di neonati su cui è stata effettuata la statistica.

È confortante che la percentuale di risposte corrette sia relativamente elevata, su una domanda che non è banale ed è significativa nell'economia dei nuovi curricula.

D20. Il grafico rappresenta l'andamento del cambio euro-dollaro nel periodo 3 settembre 2009 - 3 marzo 2010.



a. In base al grafico in quale periodo mi sarebbe convenuto cambiare i miei euro in dollari per andare negli Stati Uniti?

- ☐ A. Dal 3 settembre al 21 ottobre 2009
- ☐ B. Dal 21 ottobre al 25 novembre del 2009
- ☐ C. Dall'11 gennaio al 28 gennaio 2010
- ☐ D. Dal 18 febbraio al 3 marzo 2010

b. Giustifica la tua risposta.

.....

.....

.....

c. Se Maria il 18 febbraio 2010 cambia 1 000 euro in dollari, quanti dollari riceve in cambio?

Risposta: dollari

d. Sempre lo stesso giorno (18 febbraio), quanti euro deve cambiare Maria per avere 1 000 dollari?

Risposta: euro

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D20_a	4,8	4,2	68,0	4,8	18,2

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D20_b	25,7	25,6	48,7
D20_c	22,4	23,4	54,2
D20_d	29,4	33,7	36,9

AMBITO PREVALENTE: Numeri

PROCESSO

DOMANDA a: Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (*descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...*).

DOMANDA b: Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (*congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...*)

DOMANDE c e d: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, ...*)

COMPITO: Leggere e interpretare grafici

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi

RISPOSTE CORRETTE:**Domanda D20_a: B**

Domanda D20_b: una qualunque risposta che affermi che conviene cambiare gli euro in dollari nel periodo di maggiore apprezzamento dell'euro rispetto al dollaro. Per esempio: "perché dal 21 Ottobre al 25 Novembre l'euro mantiene una valutazione (rispetto al dollaro) superiore a quella raggiunta in tutti gli altri periodi".

Oppure "Il 25 novembre ottengo 1,51 dollari con 1 euro quindi ottengo il massimo numero di dollari con i miei euro"

Domanda D20_c: 1340 dollari

$1,34 \text{ dollari/euro} \cdot 1000 \text{ euro} = 1340 \text{ dollari}$

Domanda D20_d: 746,27 euro

$1,34 \text{ dollari/euro} \cdot x \text{ euro} = 1000 \text{ dollari}$

$x = 1000/1,34 \text{ euro}$. Il risultato approssimato ai centesimi è 746, 27 euro.

COMMENTO

Per rispondere lo studente deve essere in grado di leggere un grafico che descrive la variazione di una grandezza nel tempo ed effettuare conversioni da un'unità di misura a un'altra.

Per la risposta all'item D20_a, la scelta di rappresentare periodi di tempo di diversa durata con segmenti di uguale lunghezza non è delle migliori, anche se è frequentemente utilizzata nelle informazioni di questo tipo presenti nei quotidiani. In ogni caso tale scelta non dovrebbe comportare problemi nel fornire la risposta all'item, perché dovrebbe essere chiaro che, per andare negli Stati Uniti, conviene cambiare gli euro in dollari nel periodo di maggior valore dell'euro rispetto al dollaro e questo è, senza alcuna ambiguità, il periodo 21 Ottobre – 25 Novembre in cui l'euro raggiunge il suo maggior apprezzamento rispetto al dollaro.

Un possibile e forte distrattore potrebbe essere fornito da un ragionamento dello studente che tenesse conto della possibilità di ricambiare, successivamente, i dollari in euro. In questo caso, qualche studente potrebbe essere tentato di scegliere l'opzione C. Naturalmente la risposta non può essere considerata corretta, perché dipenderebbe dal periodo scelto per il successivo cambio di dollari in euro e il testo della domanda non fornisce informazioni al riguardo. Un altro distrattore potrebbe consistere nel seguente ragionamento: nel periodo 21 Ottobre-25 Novembre il valore dell'euro sta aumentando rispetto al dollaro; quindi potrebbe non essere conveniente cambiare una moneta forte (gli euro) in una moneta che si sta deprezzando (il dollaro). Risulta però evidente che le informazioni fornite dal grafico dimostrano che una tale strategia, anche se ragionevole, sarebbe stata perdente, visto che nel periodo successivo il dollaro ha acquistato valore.

D21. Quale fra le seguenti uguaglianze è corretta, qualunque sia il numero reale che sostituisce la x ?

- ☐ A. $\sqrt{x^2} = x$
- ☐ B. $\sqrt{x^2} = \pm x$
- ☐ C. $\sqrt{x^2} = |x|$
- ☐ D. $\sqrt{x^2} = \pm|x|$

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D21	3,9	49,2	25,4	16,8	4,7

AMBITO PREVALENTE: Relazioni e Funzioni

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture...*)

COMPITO: Conoscere e comprendere il significato di radice quadrata

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D21: C

COMMENTO

Per rispondere, lo studente deve riconoscere l'identità tra le due funzioni $\sqrt{x^2}$ e $|x|$.

Per definizione $\sqrt{x^2} = |x|$.

Le opzioni A, B e D costituiscono dei distrattori (forti soprattutto per A e per B).

L'opzione A non può però essere corretta, perché se $\sqrt{x^2} = x$ si dovrebbe necessariamente avere $\sqrt{(-2)^2} = -2$ e $\sqrt{(2)^2} = 2$ in contraddizione con il fatto che $\sqrt{(-2)^2}$ e $\sqrt{(2)^2}$ sono entrambe uguali a $\sqrt{4}$.

Analogamente le opzioni B e D non possono essere accettate, perché l'operazione di estrazione di una radice quadrata, quando possibile, è univoca, ossia dà un solo risultato.

L'elevata percentuale di risposte errate a questa domanda dipende sicuramente dalla difficoltà che comporta la gestione dei valori assoluti, soprattutto quando gli studenti non abbiano l'abitudine a usare i grafici per dare significato alle formule che scrivono. La prassi didattica italiana non è particolarmente incline a usare i grafici come veicoli di significato per le formule e questo crea indubbi disagi nella comprensione di oggetti complessi come i valori assoluti di grandezze variabili.

In particolare l'opzione A, che ha ricevuto quasi il 50% delle preferenze, suggerisce una certa superficialità nell'uso delle funzioni inverse: la funzione " x^2 " non è invertibile su tutto $\mathbb{R}$, perché non è biunivoca. Si sceglie quindi come intervallo di invertibilità quello dei numeri reali non negativi. Ciò vuol dire che la funzione inversa, ossia la radice quadrata, è definita sui numeri reali non negativi e assume valori su tale insieme. Se, invece, si definisse $\sqrt{x^2} = x$, la radice quadrata potrebbe assumere anche valori negativi. Tutti questi aspetti sono in genere poco evidenziati nella prassi didattica del biennio, dove l'oggetto "funzione" spesso non assume un ruolo e un'attenzione centrali. Ciò è probabilmente all'origine del disorientamento degli studenti di fronte a una domanda come la D21.

La scelta dell'opzione B può essere imputata ad automatismi nella risoluzione di equazioni di secondo grado come per esempio $x^2 = 4$. In genere gli studenti scrivono direttamente $x = \pm 2$ immaginando che tale risultato derivi dal passaggio $x = \sqrt{4} = \pm 2$. Il passaggio corretto, invece è $|x| = 2$ da cui $x = 2$ o $x = -2$.

D22. Il polinomio $x^4 - 16$ è divisibile per

- ☐ A. $x^2 - 8$
- ☐ B. $x - 4$
- ☐ C. $x + 2$
- ☐ D. $(x - 2)^2$

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D22	3,1	42,3	19,7	21,1	13,8

AMBITO PREVALENTE: Numeri

PROCESSO PREVALENTE : Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture...*)

COMPITO: Conoscere i prodotti notevoli (differenza tra quadrati) e la scomposizione in fattori di un polinomio

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo algebrico.

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D21: C

$$x^4 - 16 = (x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$$

Quindi $x^4 - 16$ non è divisibile per $x^2 - 8$, né per $x - 4$, né per $(x - 2)^2$, mentre è divisibile per $x + 2$.

Le opzioni A e B avrebbero potuto anche essere escluse notando che gli zeri della funzione

$$x^4 - 16$$

(ossia 2 e -2) non sono zeri della funzione $x^2 - 8$, né della funzione $x - 4$.

COMMENTO

Per rispondere alla domanda lo studente deve conoscere il concetto di divisibilità fra due polinomi. Può procedere direttamente con l'operazione di divisione, oppure utilizzare le tecniche di scomposizione in fattori.

È sorprendente che una domanda relativa a un argomento ampiamente trattato nelle attività del biennio delle scuole secondarie di secondo grado abbia ottenuto una percentuale di risposte esatte così bassa (solo 1 studente su 4 risponde correttamente). È vero che in genere l'argomento viene trattato nel primo anno di corso, ma il numero di esercitazioni in genere svolte e assegnate (anche come verifiche) sull'argomento avrebbe dovuto assicurare una prestazione migliore. Sembra quasi che gli studenti abbiano dimenticato, dopo un anno di lavoro su altri argomenti di algebra, un teorema che è fondamentale nel percorso del primo anno e che sta alla base della teoria delle equazioni. Ciò dovrebbe indurre a una riflessione sull'opportunità di certe scelte e prassi didattiche.

D23. Le dimensioni di una piazza rettangolare di una grande città sono circa $620 \text{ m} \times 120 \text{ m}$. Le stime comparse sui giornali sul numero di partecipanti a una manifestazione che ha riempito la piazza variano da 100 000 a oltre 1 000 000.

a. Sapendo che diverse fotografie scattate durante la manifestazione evidenziano una densità di circa 4 persone al metro quadro, che cosa si può concludere circa l'effettivo numero dei partecipanti?

- ☐ A. Le stime dei giornali sono tutte errate perché dalle informazioni disponibili i partecipanti non potevano essere più di 20 000.
- ☐ B. Una stima ragionevole è di circa 300 000 partecipanti.
- ☐ C. Ha ragione chi ha parlato di più di un milione di partecipanti.
- ☐ D. La piazza non può contenere molte persone più di uno stadio, quindi c'erano meno di 150 000 partecipanti.

b. Mostra i calcoli che hai fatto per trovare la risposta.

.....

AMBITO PREVALENTE: Numeri

PROCESSO PREVALENTE: Riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e utilizzare strumenti di misura (*individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, stimare il risultato di una misura,...*)

COMPITO: Effettuare calcoli approssimati e stime di grandezze.

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo.

Per rispondere alla domanda lo studente deve essere in grado di effettuare stime numeriche e di conoscere le relazioni tra numerosità di una popolazione, area del territorio su cui si distribuisce e densità di quella popolazione relativa a quel territorio.

RISPOSTE CORRETTE:

Domanda 23_a: B

Domanda 23_b:

$4 \cdot 74400 = 297600$

oppure

$4 = x / (620 \cdot 120)$, da cui $x = 4 \cdot 74400$

$x = 297600$

oppure

$(620 \cdot 120) \cdot 4 = 297600$

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D23_a	17,6	18,9	46,3	7,1	10,0

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D23_b	43,6	21,6	34,8

COMMENTO

Le opzioni A e C rievocano le stime assai differenti, effettuate da soggetti diversi, che spesso compaiono sui quotidiani. L'opzione D si basa su un assunto apparentemente ragionevole, ma che non è contenuto nel testo della domanda e che non vale in generale. Il numero consistente di mancate risposte all'item D23_a e quello relativamente elevato di mancate risposte all'item D23_b conferma la difficoltà degli studenti italiani a lavorare con gli ordini di grandezza e le stime numeriche. Sembra che la prassi didattica italiana abbia poco effetto su quell'importante competenza nota come *senso del numero*, ossia la capacità di effettuare stime con calcoli rapidi, anche mentali e utilizzarle come strumento di controllo in alcuni problemi di manipolazione simbolica, soprattutto agli inizi, quando si è inesperti con il calcolo simbolico. È però confortante notare che quasi la metà degli studenti risponde correttamente e circa i tre quarti di questi studenti sono in grado di motivare la risposta.

D24. La formula $l = l_0 + k \cdot P$ esprime la lunghezza l di una molla al variare del peso P applicato. l_0 rappresenta la lunghezza in centimetri "a riposo" della molla; k indica di quanto si allunga in centimetri la molla quando si applica una unità di peso. Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione: "È una molla molto lunga e molto resistente alla trazione"?

- ☐ A. $l = 15 + 0,5 \cdot P$
- ☐ B. $l = 75 + 7 \cdot P$
- ☐ C. $l = 70 + 0,01 \cdot P$
- ☐ D. $l = 60 + 6 \cdot P$

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D24	11,8	8,1	33,2	38,1	8,9

AMBITO PREVALENTE: Relazioni e Funzioni

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, ...*)

COMPITO: Identificare una formula che esprime relazioni fra grandezze in fatti e fenomeni

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi.

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D24: C

Innanzitutto è bene notare che bassi valori della pendenza delle funzioni lineari, ossia del coefficiente k , indicano grande resistenza alla trazione (a parità di peso P la molla che si allunga meno è quella che ha il valore più basso di k); inoltre alti valori dell'intercetta delle funzioni lineari, ossia del parametro l_0 , indicano molle lunghe.

Le molle modellizzate dalle relazioni

$$l = 70 + 0,01P$$

e

$$l = 75 + 7P$$

sono quindi le più lunghe, ma la seconda ha un valore di k che è maggiore di quello di tutte le altre molle. Quindi è la molla meno resistente alla trazione.

Invece la molla modellizzata da

$$l = 70 + 0,01P$$

oltre a essere la seconda per lunghezza, è quella che resiste alla trazione più di tutte le altre. Quindi è quella che meglio si adatta alla descrizione fornita dal testo della domanda.

COMMENTO

Per rispondere alla domanda bisogna avere una certa confidenza con semplici modelli lineari di situazioni fisiche e saper associare, ai parametri “intercetta” e “pendenza” della funzione lineare che modella il fenomeno, le caratteristiche fisiche dell’oggetto osservato (in questo caso “lunghezza” e “resistenza alla trazione” della molla).

La scelta dell’opzione B (uno studente su 3) è probabilmente dovuta all’errata identificazione “alti valori di k , elevata resistenza alla trazione”. Sarebbe stato sufficiente ragionare sulle conseguenze di questa affermazione per scartarla. In ogni caso anche questa domanda come la D11 e la D13 suggeriscono una attenzione non ancora sufficiente della prassi didattica all’uso di semplici modelli. Anche in questo caso, però, si deve considerare come nota positiva il fatto che quasi il 40% di studenti abbia risposto correttamente a un quesito non banale.

D25. Per l’acquisto di un computer sono stati spesi 300 euro. Il prezzo è composto dal costo base più l’IVA, pari al 20% del costo base. Quanto è stato pagato di IVA?

Risposta: euro

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D25	15,2	72,5	12,2

AMBITO PREVALENTE: Relazioni e Funzioni

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*)

COMPITO: Risolvere un problema inverso sulla percentuale utilizzando un’equazione

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico e algebrico.

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D25: 50 euro

$$300 = x + 20/100x \text{ da cui } x = 250$$

Oppure

$$300 = x + x/5 \text{ da cui } x = 250$$

Oppure

$$300 = 1,2x \text{ da cui } x = 250$$

In tutti i casi l’IVA è data da $300 - 250 = 50$ euro

COMMENTO

Per rispondere lo studente deve sapere risolvere problemi diretti e inversi relativi al calcolo di percentuali. La capacità di costruire una equazione lineare utilizzando dati e richiesta del problema aiuta nella risoluzione. La percentuale di risposte corrette è inferiore al 15%.

Anche in questo, come in altri casi segnalati, la risposta può apparire a una prima analisi sorprendente: esercizi di risoluzione di equazioni e di semplici problemi di primo grado fanno parte della prassi didattica della scuola secondaria di primo grado e del primo anno della scuola secondaria di secondo grado; nonostante ciò solo uno studente su 8 risponde correttamente. Forse, però, c’è poca attenzione, nella prassi didattica, a trattare questo genere di problemi e, in particolare, a

distinguere tra il calcolo del valore finale di una grandezza che aumenta del 20% (=prodotto per 1,2) e il calcolo del valore iniziale di una grandezza che è aumentata del 20% (=divisione per 1,2). Il passaggio dal *modello additivo* ($x+20\%x$) al *modello moltiplicativo* ($1,2x$) deve essere oggetto specifico di didattica, se si vuole registrare un reale aumento di competenze in problemi di questo tipo. Inoltre è solo passando al modello moltiplicativo che si può comprendere il modello di crescita e decrescita esponenziali.

È anche possibile che, in questo caso, abbiano giocato un ruolo le difficoltà che alcuni studenti in genere incontrano con le percentuali.

D26. Nelle prime due colonne di un foglio elettronico sono state calcolate alcune coppie di valori (x, y) di una funzione.

	A x	B y	C
1	1	0	
2	2	1	
3	5	2	
4	10	3	
5	17	4	
6	26	5	
7	37	6	
8			
9			
10			
11			
12			

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D26	6,9	10,9	18,0	53,5	10,7

Quale tra le seguenti è la funzione di cui sono stati calcolati i valori (x, y) ?

- ☐ A. $y = \sqrt{x} - 1$
- ☐ B. $y = \sqrt{x+1}$
- ☐ C. $y = \sqrt{x-1}$
- ☐ D. $y = 1 + \sqrt{x}$

AMBITO PREVALENTE: Relazioni e Funzioni

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, ...*)

COMPITO: Calcolare coppie di valori di una funzione irrazionale data la formula

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico

RISPOSTA CORRETTA: Domanda D26: C

Possibile risoluzione:

L'opzione A è da scartare, perché la coppia (2; 1) non soddisfa l'equazione $y = \sqrt{x} - 1$. Infatti 1 è diverso da $\sqrt{2} - 1$.

L'opzione B è da scartare, perché la coppia (1;0) non soddisfa l'equazione $y = \sqrt{x+1}$. Infatti 0 è diverso da $\sqrt{2}$.

L'opzione D è da scartare, perché la coppia (1;0) non soddisfa l'equazione $y = 1 + \sqrt{x}$. Infatti 0 è diverso da 2.

Quindi l'unica opzione possibile è la C. Infatti l'equazione $y = \sqrt{x+1}$ è soddisfatta da tutte le coppie della tabella.

Oppure si potrebbe osservare che i valori della x diminuiti di 1 sono quadrati perfetti e quindi l'opzione C è l'unica corretta (vedi anche D. Passalacqua:

<http://lnx.sinapsi.org/wordpress/2011/05/17/soluzioni-guidate-matematica-inv>)

Altra possibile risoluzione.

I dati della colonna y variano con passo costante; le differenze prime della colonna x variano linearmente e quindi le differenze seconde sono costanti. Allora la relazione che lega x a y è del tipo $x = ay^2 + by + c$

Imponendo la condizione di appartenenza dei punti (1; 0), (2;1) e (5; 2) si ottiene il sistema lineare:

$$\begin{cases} 1 = c \\ 2 = a + b + 1 \\ 5 = 4a + 2b + 1 \end{cases} \quad \text{ossia, con pochi passaggi}$$

$$\begin{cases} 1 = c \\ b = 1 - a \\ 2a + b = 2 \end{cases} \quad \text{e, infine, } a = 1, b = 0 \text{ e } c = 1$$

Si ha quindi $x = y^2 + 1$ che per y non negativi (come sono i valori della tabella) equivale a

$$y = \sqrt{x-1}$$

COMMENTO

Per rispondere alla domanda lo studente deve essere in grado di effettuare conversioni tra due diversi registri di rappresentazione di una funzione: quello numerico, fornito mediante la tabella, e quello simbolico, fornito mediante la formula.

In particolare può limitarsi a sostituire, nelle formule date nelle varie opzioni, i valori numerici forniti nella tabella per riconoscere la scrittura simbolica che rappresenta correttamente i valori della tabella.

D27. Carlotta, nel periodo di Natale, lavora come commessa in un negozio di calzature e guadagna 8 euro all'ora più una commissione del 5% sul ricavo totale delle scarpe che riesce a vendere. Quale formula esprime il suo guadagno g , se lavora h ore e vende scarpe per un valore totale di s euro?

- ☐ A. $g = 8h + 0,05s$
- ☐ B. $g = 8h + 0,5s$
- ☐ C. $g = 5h + 8s$
- ☐ D. $g = 8h + 5s$

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D27	5,6	47,3	20,8	9,2	17,1

AMBITO PREVALENTE: Relazioni e Funzioni

PROCESSO PREVALENTE: Risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi ...*)

COMPITO: Identificare una formula che esprime relazioni fra grandezze in fatti e fenomeni

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Individuare le strategie appropriate per la risoluzione di problemi

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D27: A

Se Carlotta guadagna 8 euro all'ora, in h ore avrà un guadagno di $8h$ euro. Quindi l'opzione C è da scartare. Se, inoltre, Carlotta guadagna una commissione del 5% sul ricavo totale s delle scarpe che riesce a vendere, deve accrescere il suo guadagno di $8h$ euro con il guadagno $5s/100$, ossia con $0,05s$.

La risposta corretta è quindi $g = 8h + 0,05s$.

COMMENTO

Per rispondere alla domanda lo studente deve avere una certa confidenza con semplici modelli lineari e conoscere il significato di percentuale. Le risposte a questa domanda sono andate meglio delle risposte ad altre domande che richiedevano l'uso di semplici modelli lineari, per esempio rispetto alla D24, formalmente simile. Il risultato ha anche aspetti positivi: quasi la metà degli studenti risponde correttamente a una domanda non semplice. Le quattro risposte hanno tutte la stessa struttura, dunque le competenze richieste riguardano solo la giusta collocazione dei termini "8 euro all'ora" e "5% sui ricavi" nell'espressione $ah+bs$ al posto di a e b . Se la risposta B può essere vista come un errore in fondo facilmente rimediabile, ben più preoccupanti sono quel 26.3% di risposte C e D: in questo caso gli studenti mostrano non tanto di sbagliare, quanto di non conoscere il significato del termine 5%, o perlomeno, di non averlo mai utilizzato in termini numerici.

D28. In un torneo di calcio fra scuole una squadra guadagna 3 punti se vince, 1 punto se pareggia e nessun punto se perde. Una squadra ha vinto tante partite quante ne ha pareggiate. Quale dei seguenti punteggi non può aver totalizzato la squadra?

- ☐ A. 24
- ☐ B. 28
- ☐ C. 30
- ☐ D. 32

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D28	5,0	9,1	11,0	61,5	13,4

AMBITO PREVALENTE: Numeri

PROCESSO PREVALENTE:...Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*).

COMPITO: Determinare una proprietà di divisibilità e mediante essa escludere un'opzione

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE:..Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico e algebrico

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D28: C

Siano v le partite vinte e p le partite pareggiate. I punti fatti sono quindi $3v + p$. Poiché $p = v$, allora i punti fatti sono $4p$. Ciò vuol dire che il punteggio realizzato è un multiplo di 4. L'unico numero che non è multiplo di 4 è 30. Quindi 30 è l'unico punteggio che la squadra non può aver totalizzato.

COMMENTO

Per rispondere lo studente può modellizzare il problema con un'equazione, oppure lavorare direttamente sul campo di esperienza dei multipli.

Il risultato delle risposte a questa domanda è piacevolmente e sorprendentemente positivo. Può anche darsi che molti studenti abbiano testato le risposte per tentativi: con 7 partite si hanno $21+7=28$ punti, con 8 partite $24+8=32$ punti e dunque non è possibile realizzare 30 punti; ma si deve valutare positivamente questo procedimento, perché esso ha un alto contenuto di esperienza scientifica e rappresenta il punto di partenza imprescindibile per obiettivi più elevati.

D29. L'espressione $\frac{9}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{7}{10^4} + \frac{2}{10^5}$ si può rappresentare mediante il numero decimale

- ☐ A. 98,72
- ☐ B. 9,8072
- ☐ C. 0,9872
- ☐ D. 0,98072

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D29	6,9	6,2	12,4	23,4	51,1

AMBITO PREVALENTE: Numeri

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, ...*)

COMPITO: Saper passare da una frazione al numero decimale e viceversa

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico e algebrico

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D29: D

L'espressione può essere scritta come

$0,9 + 0,08 + 0,0007 + 0,00002$ ossia $0,98072$.

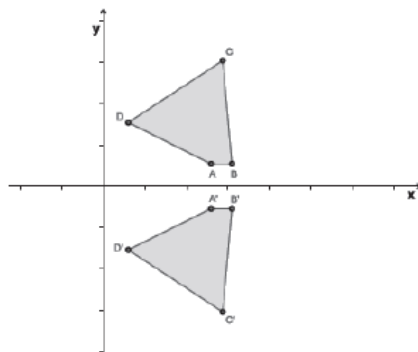
COMMENTO

Per rispondere è bene che lo studente abbia ben chiara la rappresentazione polinomiale (in base 10) di un numero razionale.

La scelta del distrattore C, che ha ottenuto la più alta percentuale di risposte fra quelle scorrette, può dipendere anche da una lettura affrettata della somma di frazioni. Chi ha scelto le opzioni A e B rivela invece poca capacità di controllo semantico.

Si può notare che la possibilità di utilizzare la calcolatrice numerica può aiutare considerevolmente nella risposta.

D30. Il quadrilatero A'B'C'D' è ottenuto applicando al quadrilatero ABCD una trasformazione.



Di quale trasformazione si tratta?

- ☐ A. Traslazione
- ☐ B. Simmetria rispetto all'asse y
- ☐ C. Simmetria rispetto all'asse x
- ☐ D. Rotazione attorno all'origine

Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D30	4,1	18,2	7,1	56,7	13,9

AMBITO PREVALENTE: Spazio e Figure

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture...*)

COMPITO: Riconoscere trasformazioni geometriche di figure piane nel piano cartesiano

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Confrontare e analizzare figure geometriche, individuando invarianti e relazioni

RISPOSTA CORRETTA:

Domanda D30: C

È immediato osservare che i vertici dei due poligoni si corrispondono in una simmetria avente come asse quello delle x .

COMMENTO

Per rispondere è necessario conoscere il significato di simmetria (assiale e centrale).

Il numero relativamente basso di risposte corrette a una domanda che non avrebbe dovuto comportare difficoltà potrebbe voler dire semplicemente che i termini delle trasformazioni geometriche *simmetria*, *traslazione*, ... non sono conosciuti dagli studenti, cioè questi argomenti non sono stati svolti a scuola; ma questo comporterebbe un numero significativo di mancate risposte, cosa che non accade. Ciò suggerisce che forse questi argomenti siano trattati con poca enfasi, qualitativa o quantitativa, tanto da non fornire conoscenze utili anche per una domanda in linea di principio così semplice.

PON PQM
a.s. 2010/11
Guida alla lettura
Prova di Matematica
Classe seconda – Scuola secondaria di I grado
(a cura di Giorgio Bolondi, Rossella Garuti e Aurelia Orlandoni)

In linea con quanto discusso nei forum e nei seminari formativi, la guida alla lettura di quest'anno vuole offrire uno strumento di analisi e interpretazione per gli insegnanti, che sia alla base del lavoro di miglioramento. Vengono quindi in alcuni casi indicate anche delle piste di sviluppo per il lavoro in classe.

Le possibili spiegazioni delle scelte sbagliate sono comunque sempre da ritenersi indicative dei possibili ragionamenti degli allievi, che sono sempre molteplici e spesso imprevedibili (e talvolta casuali).

Le indicazioni proposte possono servire all'insegnante come punto di partenza di un “approfondimento di indagine”, che può realizzarsi attraverso il lavoro con il ragazzo, la proposta di altre domande derivate da queste, la rilettura delle domande e delle risposte e l'eventuale discussione in classe.

L'analisi seguente non considera le domande D16 e D18 e l'item D8c eliminati per problemi emersi in fase di stampa

I quesiti sono distribuiti negli ambiti secondo la tabella seguente

Ambito	Numero di domande	Numero di Item⁷
Numeri	9	8
Spazio figure	10	9
Dati e previsioni	5	7
Relazioni e funzioni	5	9
Totale	29	33

⁷ Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

Tabella della suddivisione degli item in relazione ad ambiti e processi

Processi/Ambiti	Numeri	Spazio e figure	Dati e Previsioni	Relazioni e funzioni	TOT ALE
1. Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)	1	4		2	7
2. Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)	3	3		1	7
3. Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...)			5	1	6
4. Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...)	3			3	6
5. Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...)	1				1
6. Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...)		1	1	1	3
7. Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...)			1	1	2
8. Saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>).		1			1
TOTALE	8	9	4	12	33

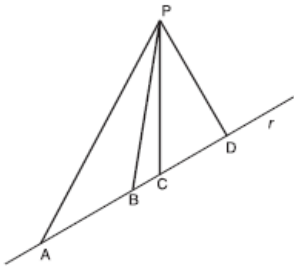
Di seguito viene proposta un'analisi dei quesiti utilizzando una tabella a tre colonne:

- nella prima è indicato il testo del quesito
- nella seconda un commento didattico
- nella terza l'ambito e i processi facendo riferimento al *Quadro di riferimento* delle prove SNV pubblicato sul sito INVALSI

È importante sottolineare che la classificazione proposta è solo indicativa e non deve rappresentare un vincolo per l'interpretazione del risultato: in matematica ogni domanda coinvolge spesso diversi ambiti, e la risposta richiede processi di diversa natura. Seguendo la prassi internazionale, si indicano l'ambito e il processo *prevalenti*, tenendo presente che spesso la scelta di un particolare distrattore può indicare difficoltà o lacune in altri ambiti o in altri processi.

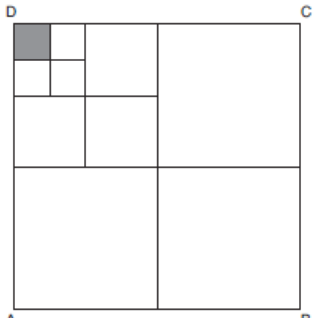
GUIDA ALLA LETTURA

Domanda	Commento	Classificazione
D1. La metà di $\frac{3}{4}$ è ☐ A. $\frac{3}{2}$, perché ho diviso il denominatore per 2 ☐ B. $\frac{6}{8}$, perché ho moltiplicato la frazione per $\frac{2}{2}$ ☐ C. $\frac{3}{8}$, perché ho moltiplicato la frazione per $\frac{1}{2}$ ☐ D. non esiste perché il numeratore è dispari	Risposta corretta: C La domanda può presentare delle difficoltà perché una delle informazioni (“la metà”) è espressa nel registro verbale, e va tradotta in quello simbolico ($\frac{1}{2}$) se il ragazzo vuole rispondere con una operazione ($(\frac{1}{2}) \times (3 \times 4)$)- ovviamente occorre anche che sappia eseguire correttamente la moltiplicazione tra frazioni. La scelta del distrattore A corrisponde a un errore comune, quella del distrattore B indica comunque anche una mancanza di controllo del risultato: $\frac{6}{8}$ infatti è equivalente alla frazione di partenza. La scelta di D può indicare un disorientamento ancora generalizzato riguardo alle frazioni, e una rigidità nell'uso dell'operatore “la metà”.	AMBITO PREVALENTE: Numeri COMPITO Riconoscere e utilizzare la frazione come operatore OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni con le frazioni PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)
D2. Tre amici camminano in fila indiana. Piero si trova 5 passi avanti rispetto a Elena mentre Mario si trova 9 passi indietro rispetto a Piero. Dove si trova Mario rispetto a Elena? ☐ A. 4 passi avanti ☐ B. 14 passi indietro ☐ C. 4 passi indietro ☐ D. 14 passi avanti	Risposta corretta: C Questa domanda può servire per analizzare le strategie risolutive degli allievi. Per molti di essi, la più efficiente potrebbe essere “fare un disegno”, una rappresentazione della situazione in cui inserire il dato numerico. Da una rappresentazione grafica appare evidente l'operazione che risolve il problema. Quello che potrebbe succedere è che il ragazzo “fa” un'operazione, senza preoccuparsi di cosa significa, riguardo alla situazione, l'operazione fatta, e a posteriori il risultato trovato.	AMBITO PREVALENTE: Relazioni e funzioni COMPITO Riconoscere in fatti e fenomeni relazioni fra grandezze OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione di relazioni attraverso parole PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo...</i>)

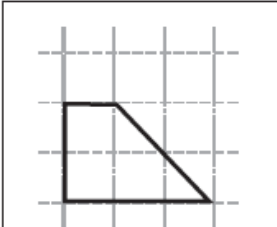
Domanda	Commento	Classificazione
D3. Quale dei segmenti in figura rappresenta la distanza fra il punto P e la retta r?  ☐ A. PA ☐ B. PB ☐ C. PC ☐ D. PD	Risposta corretta: D Il distrattore più forte, evidentemente, è il C, in cui la misconcezione di “altezza come segmento verticale” (o più in generale di perpendicolarità legata alla verticalità) viene proiettata sulla nozione di “distanza di un punto da una retta”. La scelta di questo distrattore indica chiaramente all'insegnante la necessità di un lavoro sulle basi del concetto di perpendicolarità, per riuscire a smontare eventuali modelli non corretti troppo forti legati alla posizione (orizzontale/verticale) degli oggetti in gioco.	AMBITO PREVALENTE: Spazio e figure COMPITO Individuare relazioni fra rette nel piano (parallelismo, perpendicolarità,...) OGGETTO DI VALUTAZIONE Rette incidenti, parallele e perpendicolari. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D4. Giorgio decide di cominciare un programma di 6 settimane per mettersi in forma. La prima settimana corre per 1 km ogni giorno, la seconda settimana corre per 1,250 km ogni giorno, la terza settimana per 1,5 km ogni giorno. a) Se lo schema continua in questo modo, quanto correrà ogni giorno la sesta settimana? ☐ A. 1,250 km ☐ B. 2,250 km ☐ C. 2,500 km ☐ D. 7,500 km b) Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta. 	D4a - Risposta corretta B D4b – Lo studente doveva spiegare come ha impostato i calcoli e andava corretta indipendentemente dal fatto che la D4a fosse corretta. Esempi di risposte corrette: • Ho sommato 0,250 fino ad arrivare a 6 settimane: ➤ $4^{\circ} 1,5 \text{ km} + 0,250 \text{ km} = 1,750 \text{ km}$ ➤ $5^{\circ} 1,750 \text{ km} + 0,250 \text{ km} = 2 \text{ km}$ ➤ $6^{\circ} 2 \text{ km} + 0,250 \text{ km} = 2,250 \text{ km}$ ➤ È corretta anche se non è indicato “km” ma solo i numeri • Dalla terza alla sesta settimana devo aggiungere $3 \times 0,250$, quindi $1,5 + 3 \times 0,250 = 2,250$ (anche qui “km” può essere o non essere indicato altre forme simili in cui sia chiaro che la sesta settimana correrà $1 \text{ km} + 5 \times 0,250 \text{ km}$ La situazione chiede di trovare il sesto termine di una sequenza numerica. L'allievo può rispondere eseguendo una serie di addizioni, fino a trovare il risultato richiesto, o costruendo un modello del tipo $1 + (0,250) \times N$, dove N è il numero di settimane successive alla prima. La domanda aperta b dovrebbe aiutare l'insegnante a capire la strategia risolutiva scelta, e individuare (ad esempio) se il ragazzo ha scelto il distrattore C perché nel modello succitato ha contato, erroneamente, anche la prima settimana. La scelta del distrattore D può indicare la mancanza di una effettiva strategia risolutiva e un effetto “età del capitano” per cui il ragazzo ha semplicemente moltiplicato due dei dati del problema ($1,250 \times 6$).	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Risolvere problemi utilizzando frazioni e numeri decimali in contesti concreti (denaro, misure,...) OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni fra numeri decimali PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D5. Nel gioco del domino si usano tessere divise in due sezioni, ciascuna con un numero di punti da 0 a 6, come quella, ad esempio, che vedi in figura:  Il gioco consiste nel costruire una fila di tessere. Due giocatori hanno costruito la fila che vedi qui sotto, seguendo la regola del gioco che permette di affiancare solo sezioni con lo stesso numero di punti. Due sezioni sono state coperte.  a) Se sommiamo tutti i punti delle tessere in figura (comprese quelle in parte coperte), qual è il numero minimo e massimo che possiamo ottenere? Numero minimo: Numero massimo: b) È possibile che la somma sia 27? ☐ A. Sì ☐ B. No c) Giustifica la tua risposta. 	D5a – Risposta corretta: m 26 M 36 D5b e D5c No perché la somma dei numeri scoperti è 24 e nelle due tessere coperte ci deve essere lo stesso numero, quindi a 24 devo sommare 2 volte lo stesso numero, cioè un numero pari. Sono da considerare corrette tutte le risposte che fanno riferimento ❖ al fatto che la somma di due pari è pari ❖ che è pari la somma dei numeri scoperti ❖ che è pari la somma dei due numeri coperti (il doppio di ...) Il quesito coinvolge la capacità di leggere la variabilità di una situazione e controllarla, in funzione di una variabile (in questo caso, il numero di punti cancellati). Come tutti i quesiti di questo tipo, è da considerarsi difficile per i ragazzi di questa età. La giustificazione della risposta è da analizzare con attenzione, perché può consistere semplicemente in una enumerazione dei casi possibili oppure in una giustificazione teorica (<i>siccome la somma dei punti presenti è 24, pari, e aggiungo due numeri uguali, quindi un numero pari, il risultato è per forza pari e quindi non può essere 27</i>). E' evidente che le due giustificazioni, entrambe corrette, si pongono a livelli di competenza matematica diversi. Per quanto riguarda la prima, è anche interessante osservare se l'allievo considera oppure no i due casi non possibili (quello in cui il punto mancante è 2 e quello in cui è 5)- non possibili perché le tessere necessarie sono già sul tavolo.	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Usare e interpretare diverse forme di rappresentazione di dati per rispondere a domande e risolvere problemi OGGETTO DI VALUTAZIONE Spazio degli eventi PROCESSO PREVALENTE D5a e D5 b - Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>) D5c - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)

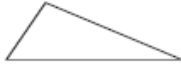
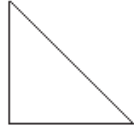
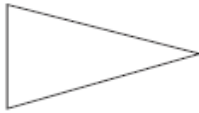
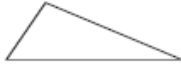
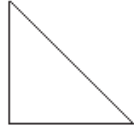
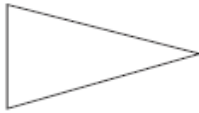
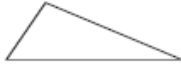
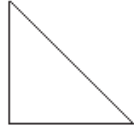
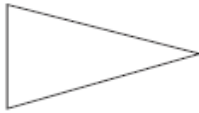
Domanda	Commento	Classificazione
D6. Osserva la seguente figura.  a) Quante volte il quadratino colorato è contenuto nel quadrato ABCD? ☐ A. 4 ☐ B. 4^2 ☐ C. 4^3 ☐ D. 4^4 b) Scrivi come hai fatto per trovare la risposta. 	D6a - Risposta corretta: C D6b - Il quadratino grigio è contenuto 4 volte nel primo quadrato, in ABCD ci sono 16 quadrati come quello, quindi $4 \cdot 16 = 64$ e $2^6 = 64$ Oppure Il quadratino grigio è contenuto 2^2 volte nel primo quadrato, $2^2 \cdot 2^2 = 2^4$ nel successivo e $2^4 \cdot 2^2 = 2^6$ nel quadrato ABCD E' indifferente che conti e poi risalga alla potenza o che operi direttamente con le potenze Anche in questa domanda è molto importante leggere le giustificazioni, ed eventualmente utilizzarle come punto di partenza per una discussione- e chiedere ai bambini che NON l'hanno riportata di farlo, in un secondo momento. La scelta del distrattore A può indicare un mancata comprensione del problema, mentre quella del distrattore D un ricorso all'automatismo del calcolo senza controllo della situazione. Per gli allievi in difficoltà può essere utile l'esercizio di quadrettatura della configurazione, con l'evidenziazione delle potenze successive di 4- in modo da condurre anche verso una adeguata immagine "spaziale" della sequenza delle potenze.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Risolvere problemi utilizzando le potenze OGGETTO DI VALUTAZIONE Potenze di numeri naturali e interi PROCESSO PREVALENTE D6a - Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>) D6b - Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo...</i>)

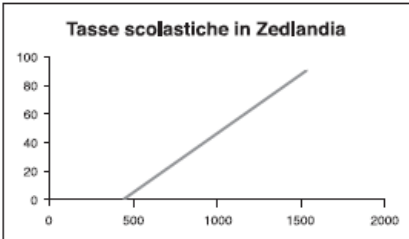
Domanda	Commento	Classificazione
D7. Per preparare un tortino di patate per 4 persone servono: • 600 g di patate; • 300 g di passata di pomodoro; • 2 acciughe sotto sale; • capperi, olive, olio e sale a piacere. Carlo fa un tortino più grande usando gli stessi ingredienti in queste quantità: • 1500 g di patate; • 750 g di passata di pomodoro; • 5 acciughe sotto sale; • capperi, olive, olio e sale a piacere. a) Per quante persone Carlo ha preparato il tortino? Risposta: b) Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.	D7a - Risposta corretta: 10 D7b - 10 persone oppure è da considerarsi corretta anche solo 10 E' un problema di proporzionalità. Per rispondere lo studente deve scegliere uno degli ingredienti e vedere il rapporto con la seconda ricetta. Ad esempio potrebbe prendere in considerazione la quantità di patate e $1500:600=2,5$ che corrisponde a due volte e mezzo quindi $4 \times 2,5=10$. E' anche possibile una strategia di riduzione all'unità: per 1 persona servono 150 g di patate ($600:4$) quindi se uso 1500 g la ricetta è per 10 persone. Un'altra strategia consiste nel considerare il rapporto in questo modo: $600+600+300=1500$ g (quantità di patate nella seconda ricetta) quindi $4+4+2=10$. In questo problema di proporzionalità il ragazzo deve per prima cosa ricavare il fattore di proporzionalità. All'insegnante può interessare osservare come questo fattore viene ricavato: ad esempio, il passaggio da (2 acciughe)→(4 persone) a (5 acciughe)→(10 persone) è probabilmente il più naturale, come calcolo, ma non necessariamente il più evidente.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Utilizzare relazioni fra grandezze (raddoppiare, dimezzare, aumentare, ...) per risolvere problemi OGGETTO DI VALUTAZIONE Grandezze direttamente e inversamente proporzionali PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo...</i>)

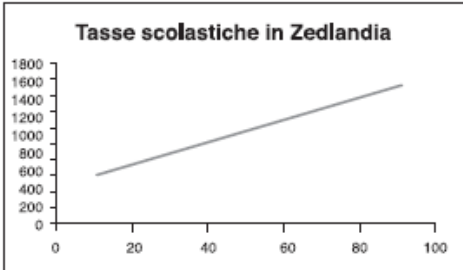
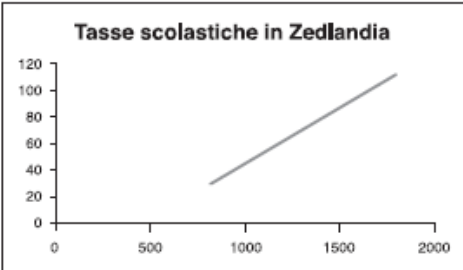
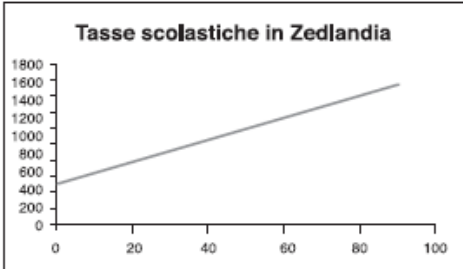
Domanda	Commento	Classificazione
D8. Osserva le seguenti figure.  Figura 1  Figura 2 a) Quale delle due ha il perimetro maggiore? Risposta: b) Quale delle due ha l'area maggiore? Risposta:	D8a - Risposta corretta : Figura 2 D8b - Risposta corretta : Figura 2 Per rispondere lo studente deve confrontare i perimetri delle due Figure facendo riferimento alla quadrettatura. Nella Figura 1 ci sono 6 pezzi che corrispondono al lato del quadretto e 2 pezzi alla diagonale, mentre nella Figura 2 i pezzi che corrispondono alla diagonale del quadretto sono 3 e i pezzi che corrispondono al lato del quadretto rimangono 6. La richiesta di spiegazione può aiutare l'insegnante a comprendere il processo attraverso il quale l'allievo ha risposto, processo che può aver coinvolto il semplice conteggio dei segmenti o dei quadrati, oppure l'uso delle formule. NOTA: Nel Fascicolo era presente anche una domanda c in cui si chiedevano spiegazioni ma non era chiaro se riferito a D8a o D8b. Per questo è stata eliminata	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Calcolare e confrontare perimetri di poligoni OGGETTO DI VALUTAZIONE Equivalenza fra figure PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)

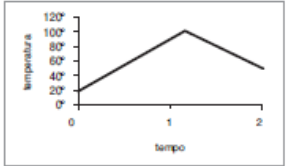
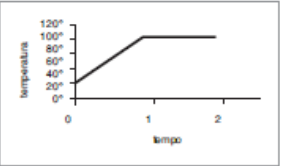
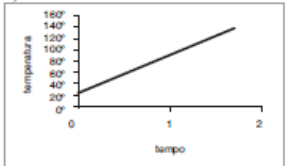
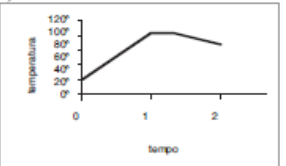
Domanda	Commento	Classificazione
D9. Nel disegno è rappresentata una bilancia in equilibrio. Su un piatto ci sono 6 palline, tutte dello stesso peso, e 2 cubetti, anch'essi di peso uguale fra loro. Sull'altro piatto ci sono 2 palline e 10 cubetti.  a) Se su un piatto della bilancia si aggiunge una pallina e sull'altro un cubetto, la bilancia rimane in equilibrio? ☐ Sì ☐ No b) Giustifica la tua risposta. c) Completa la frase seguente inserendo il numero corretto al posto dei puntini. Il peso di una pallina corrisponde al peso di cubetto/i.	Risposta corretta: D10a NO D10b La giustificazione deve far riferimento al peso diverso della pallina e del cubetto. (Ad esempio: <i>Perché il cubetto non ha lo stesso peso della pallina.</i> Per maggiori dettagli vedere la griglia di correzione). D10c: 2 Per rispondere correttamente alla domanda a e b lo studente può anche semplicemente basarsi sul fatto che il numero di palline e cubetti nei due piatti non è lo stesso quindi non possono avere lo stesso peso essendo la bilancia in equilibrio. Inoltre si può argomentare osservando che il numero di palline in un piatto è minore del numero di cubetti nell'altro, quindi la pallina pesa di più del cubetto. Per rispondere alla domanda c è necessaria una strategia che potrebbe consistere nel togliere 2 cubetti e due palline da entrambi i piatti, mantenendo così l'equilibrio; rimangono 4 palline da una parte e 8 cubetti dall'altra. Si conclude che 1 pallina pesa come 2 cubetti La bilancia in equilibrio è una prima rappresentazione di problemi con equazioni $2c+6p=2p+10c$. Si tratta di una modellizzazione matematica del problema che potrebbe essere utilizzata in un secondo momento nella giustificazione della risposta alla domanda c).	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Individuare relazioni fra grandezze OGGETTO DI VALUTAZIONE Relazioni PROCESSO PREVALENTE Domanda a – Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>) Domanda b – Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>) Domanda c - Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)

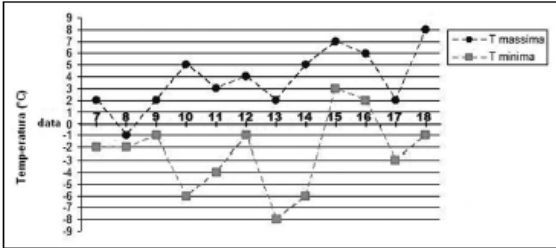
Domanda	Commento	Classificazione
D10. Andrea entra in un negozio e compra 3 l di aranciata. Esce con 4 bottiglie uguali. Le bottiglie che ha comprato sono da ☐ A. 12 l ☐ B. 1,33 l ☐ C. 0,75 dl ☐ D. 75 cl	Risposta corretta: D I distrattori cercano di intercettare i più frequenti errori degli allievi in questo tipo di problemi. La scelta A indica una mancata comprensione del problema: il ragazzo moltiplica i numeri presenti, senza pensare al significato di questa operazione; non viene quindi probabilmente compresa la struttura del problema (o non ne viene compreso radicalmente il testo). Il distrattore B può indicare la prevalenza di un modello di divisione nel quale è sempre il numero più grande che viene diviso per il più piccolo. La scelta di C riconduce a una corretta comprensione del problema e una corretta esecuzione dell'operazione, ma una mancanza di attenzione (o di controllo) dell'unità di misura: 0,75 è infatti il risultato dell'operazione 3:4.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Risolvere problemi utilizzando interi e razionali OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni con i numeri razionali PROCESSO PREVALENTE Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (<i>saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...</i>)
D11. Per calcolare a mente 49×12, quale fra le seguenti strategie è corretta? ☐ A. $(49 \times 2) + (49 \times 10)$ ☐ B. $(49 \times 2) \times 2$ ☐ C. $(49 \times 10) + (9 \times 12)$ ☐ D. $(49 \times 2) \times 10$	Risposta corretta: A Lo studente deve padroneggiare la scrittura polinomiale dei numeri per eseguire mentalmente l'operazione. I distrattori propongono modi errati o parziali di eseguire l'operazione sfruttando la scrittura polinomiale.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Riconoscere strategie corrette per eseguire calcoli mentali OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni con i numeri interi PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione				
D12. Quale dei seguenti triangoli <u>non</u> ha assi di simmetria? <table><tr><td> Triangolo 1 </td><td> Triangolo 2 </td></tr><tr><td> Triangolo 3 </td><td> Triangolo 4 </td></tr></table> ☐ A. Triangolo 1 ☐ B. Triangolo 2 ☐ C. Triangolo 3 ☐ D. Triangolo 4	Triangolo 1 	Triangolo 2 	Triangolo 3 	Triangolo 4 	Risposta corretta: A Lo studente deve osservare che i triangoli 2, 3 e 4 sono triangoli isosceli e pertanto hanno un asse di simmetria rappresentato dalla altezza relativa al lato non uguale. È possibile che la scelta del distrattore B riveli una difficoltà a individuare assi di simmetria diversi dall'orizzontale o dal verticale.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Individuare gli assi di simmetria di triangoli dati OGGETTO DI VALUTAZIONE Traslazioni, rotazioni e simmetrie PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)
Triangolo 1 	Triangolo 2 					
Triangolo 3 	Triangolo 4 					

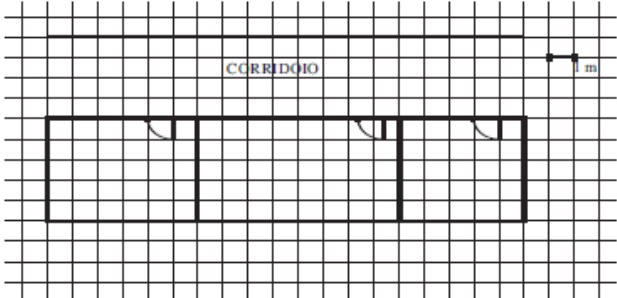
Domanda	Commento	Classificazione																
D13. In una scuola della Zedlandia le tasse vengono pagate solo a partire da un certo reddito annuo dei genitori e sono proporzionali alla quota eccedente questo reddito. La tabella mostra alcuni valori relativi alle tasse in corrispondenza del reddito. <table><tr><td>reddito (zed/anno)</td><td>fino a</td><td></td><td>570</td><td>810</td><td>1050</td><td>1290</td><td>1530</td></tr><tr><td>tasse (zed/anno)</td><td></td><td>0</td><td>10</td><td>30</td><td>50</td><td>70</td><td>90</td></tr></table> a) Una macchia ha coperto il reddito fino al quale non si pagano tasse. Qual è il valore coperto dalla macchia? Risposta: b) Quale fra i seguenti grafici rappresenta correttamente i dati della tabella? Risposta: A) 	reddito (zed/anno)	fino a		570	810	1050	1290	1530	tasse (zed/anno)		0	10	30	50	70	90	D13a – Risposta corretta: 450 Per rispondere correttamente lo studente deve, ad esempio, riconoscere che la relazione fra le variabili è lineare e che il primo scaglione è la metà dei successivi D13b – Risposta corretta: A Lo studente deve individuare l'unica retta che incontra l'asse x (tasse =0) poco prima di 500 (reddito di 450) Nei distrattori B e D le variabili sono riportate in modo errato (scambiate x e y) Il distrattore C propone una retta con pendenza uguale a quella corretta ma sono errati i valori	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Completare la tabella di una funzione e riconoscerne il grafico corretto OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione di fatti e fenomeni attraverso tabelle, grafici ed espressioni algebriche PROCESSO PREVALENTE D13a: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>) D13b: Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>)
reddito (zed/anno)	fino a		570	810	1050	1290	1530											
tasse (zed/anno)		0	10	30	50	70	90											

Domanda	Commento	Classificazione																								
B) Tasse scolastiche in Zedlandia <table><thead><tr><th>Numero di figli</th><th>Tasse scolastiche</th></tr></thead><tbody><tr><td>10</td><td>600</td></tr><tr><td>20</td><td>800</td></tr><tr><td>30</td><td>1000</td></tr><tr><td>40</td><td>1200</td></tr><tr><td>50</td><td>1400</td></tr><tr><td>60</td><td>1600</td></tr><tr><td>70</td><td>1800</td></tr><tr><td>80</td><td>2000</td></tr><tr><td>90</td><td>2200</td></tr></tbody></table>	Numero di figli	Tasse scolastiche	10	600	20	800	30	1000	40	1200	50	1400	60	1600	70	1800	80	2000	90	2200						
Numero di figli	Tasse scolastiche																									
10	600																									
20	800																									
30	1000																									
40	1200																									
50	1400																									
60	1600																									
70	1800																									
80	2000																									
90	2200																									
C) Tasse scolastiche in Zedlandia <table><thead><tr><th>Numero di figli</th><th>Tasse scolastiche</th></tr></thead><tbody><tr><td>800</td><td>30</td></tr><tr><td>900</td><td>45</td></tr><tr><td>1000</td><td>60</td></tr><tr><td>1100</td><td>75</td></tr><tr><td>1200</td><td>90</td></tr><tr><td>1300</td><td>105</td></tr><tr><td>1400</td><td>120</td></tr><tr><td>1500</td><td>135</td></tr><tr><td>1600</td><td>150</td></tr><tr><td>1700</td><td>165</td></tr><tr><td>1800</td><td>180</td></tr></tbody></table>	Numero di figli	Tasse scolastiche	800	30	900	45	1000	60	1100	75	1200	90	1300	105	1400	120	1500	135	1600	150	1700	165	1800	180		
Numero di figli	Tasse scolastiche																									
800	30																									
900	45																									
1000	60																									
1100	75																									
1200	90																									
1300	105																									
1400	120																									
1500	135																									
1600	150																									
1700	165																									
1800	180																									
D) Tasse scolastiche in Zedlandia <table><thead><tr><th>Numero di figli</th><th>Tasse scolastiche</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>500</td></tr><tr><td>10</td><td>650</td></tr><tr><td>20</td><td>800</td></tr><tr><td>30</td><td>950</td></tr><tr><td>40</td><td>1100</td></tr><tr><td>50</td><td>1250</td></tr><tr><td>60</td><td>1400</td></tr><tr><td>70</td><td>1550</td></tr><tr><td>80</td><td>1700</td></tr><tr><td>90</td><td>1850</td></tr></tbody></table>	Numero di figli	Tasse scolastiche	0	500	10	650	20	800	30	950	40	1100	50	1250	60	1400	70	1550	80	1700	90	1850				
Numero di figli	Tasse scolastiche																									
0	500																									
10	650																									
20	800																									
30	950																									
40	1100																									
50	1250																									
60	1400																									
70	1550																									
80	1700																									
90	1850																									

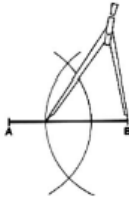
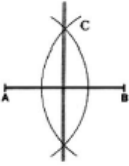
Domanda	Commento	Classificazione
D14. Si registra la temperatura dell'acqua in una pentola su un fornello. All'inizio l'acqua è alla temperatura ambiente. La si porta a ebollizione, la si lascia bollire per un po', si spegne il fornello e si continua a registrare la temperatura per un certo tempo. Quale dei seguenti grafici può rappresentare il fenomeno descritto? A)  B)  C)  D)  ☐ A. Grafico A ☐ B. Grafico B ☐ C. Grafico C ☐ D. Grafico D	Risposta corretta: D La domanda verte sul processo di <i>modellizzazione</i>, alla base della matematizzazione. In particolare, il ragazzo deve riconoscere quale modello (rappresentato graficamente) descrive correttamente il fenomeno descritto verbalmente. Su questo genere di domande i nostri ragazzi hanno tradizionalmente delle notevoli difficoltà, che si accentuano quando si arriva a formulare i modelli nel registro simbolico, ad esempio attraverso espressioni letterali. La domanda offre quindi lo spunto per una discussione in classe, nella quale ad esempio i ragazzi devono compiere il processo inverso: descrivere verbalmente i fenomeni rappresentati dai 4 grafici.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Identificare un grafico o una formula che esprime relazioni fra grandezze in fatti e fenomeni OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione di fatti e fenomeni attraverso tabelle, grafici ed espressioni algebriche PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)

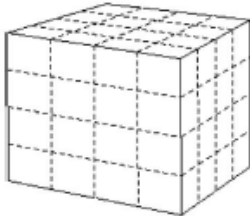
Domanda	Commento	Classificazione
D15. Il grafico rappresenta le temperature massime e minime rilevate tutti i giorni, dal 7 al 18 gennaio 2009, dagli studenti di una scuola.  a) Qual è la temperatura massima più alta che è stata registrata? Risposta:..... b) In che giorno si è registrata la temperatura minima più bassa? Risposta:..... c) Quali sono i giorni in cui la temperatura <u>non</u> è scesa sotto lo zero? Risposta:.....	Risposta corretta: D13a: 8 °C (unità di misura non richiesta) D13b :13 (gennaio) D13c: 15 e 16 (gennaio) Lo studente deve saper leggere un grafico relativo alle temperature massime e minime registrate in un certo periodo. Le domande a) e b) corrispondono alla lettura della temperatura in ordinata e alla lettura del giorno in ascissa. La domanda c) implica una lettura più approfondita del grafico: i grafici delle temperature massime e minime vanno presi in considerazione insieme per poter vedere quando la temperatura non è mai scesa sotto lo zero. Si può notare che la temperatura minima è sempre scesa sotto lo zero ad eccezione di due giorni: il 15 e il 16 gennaio. La domanda si presta ad approfondimenti, soprattutto nel caso in cui gli allievi abbiano avuto delle difficoltà. In un primo momento si può proporre ai ragazzi di tradurre il grafico in forma tabellare, per poi esercitarsi nel trovare le corrispondenze (numero più piccolo=punto più in basso, numero più grande=punto più in alto....). In un secondo momento si possono introdurre altri elementi di lettura dei dati: la nozione di <i>escursione termica</i> si legge nella tabella come <i>differenza tra il valore massimo e quello minimo</i>, nel grafico come <i>distanza tra due punti</i>.	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Ricavare dati e informazioni da un grafico OGGETTO DI VALUTAZIONE Diagrammi di vario tipo PROCESSO COGNITIVO Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione															
D16 – La domanda è stata eliminata perché nella stampa del fascicolo i simboli sostitutivi delle operazioni non erano parzialmente presenti D16. In ciascuna delle seguenti operazioni una delle cifre è coperta. A. $50 \blacksquare \times 22 =$ B. $98 \times 8 \blacktriangledown =$ C. $143 \blacktriangle 4 =$ D. $3 \times 25 \blacklozenge 3 =$ Rispondi alle domande che seguono mettendo una crocetta per ogn della tabella. <table><tr><td>a.</td><td>Quale delle operazioni dà il risultato maggiore?</td><td>1 ☐</td><td>2 ☐</td><td>3 ☐</td></tr><tr><td>b.</td><td>Quale delle operazioni dà il risultato minore?</td><td>1 ☐</td><td>2 ☐</td><td>3 ☐</td></tr><tr><td>c.</td><td>Quale delle operazioni dà come risultato un numero dispari?</td><td>1 ☐</td><td>2 ☐</td><td>3 ☐</td></tr></table>	a.	Quale delle operazioni dà il risultato maggiore?	1 ☐	2 ☐	3 ☐	b.	Quale delle operazioni dà il risultato minore?	1 ☐	2 ☐	3 ☐	c.	Quale delle operazioni dà come risultato un numero dispari?	1 ☐	2 ☐	3 ☐	Risposta corretta: D22a: operazione 1 D22b: operazione 3 D22c: operazione 4 Lo studente deve saper stimare un risultato. Per rispondere alla domanda a) può osservare che il risultato della prima operazione è sicuramente maggiore di 1000. Per rispondere alla domanda b) l’operazione 3 dà un risultato sicuramente inferiore a 6000 (1500x4). Per rispondere alla domanda c) lo studente deve osservare che in tutti i casi, eccetto l’operazione 4 il risultato è sempre pari in quanto si moltiplica sempre per un numero pari, oppure osservare che nell’operazione 4 vengono moltiplicati fra loro due numeri dispari e quindi il risultato non potrà che essere dispari.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Stimare il risultato di un’operazione OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni fra numeri decimali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)
a.	Quale delle operazioni dà il risultato maggiore?	1 ☐	2 ☐	3 ☐													
b.	Quale delle operazioni dà il risultato minore?	1 ☐	2 ☐	3 ☐													
c.	Quale delle operazioni dà come risultato un numero dispari?	1 ☐	2 ☐	3 ☐													
D17. La sezione del tetto di una casetta da giardino ha le dimensioni in nella figura.  Quanto è alto il tetto? ☐ A. 3 metri ☐ B. 4 metri ☐ C. 5 metri ☐ D. 6 metri	Risposta corretta A Lo studente deve applicare il teorema di Pitagora per individuare l’altezza di un triangolo isoscele. Per l'insegnante è interessante osservare anche se l'allievo ha disegnato (ad esempio l'altezza che deve trovare) sulla figura. Alcuni ragazzi possono avere difficoltà a ricorrere al teorema di Pitagora, nel momento in cui nella figura non compare nessun triangolo rettangolo	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Utilizzare il teorema di Pitagora per risolvere problemi OGGETTO DI VALUTAZIONE Teorema di Pitagora PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)															

Domanda	Commento	Classificazione
La domanda D18 è stata eliminata perché in stampa il disegno presentava incongruenze che rendevano ambiguo il quesito D18. Nella figura è riportata la pianta del corridoio di una scuola su cui si affacciano tre aule  a) Qual è l'area dell'aula più grande? Risposta: b) Se un quadretto della piantina avesse il lato di 1 cm, allora il disegno della piantina sarebbe in scala ☐ A. 1:1 ☐ B. 1:10 ☐ C. 1:100 ☐ D. 1:1000		

Domanda	Commento	Classificazione										
D19. Quale tra le seguenti espressioni dà un valore minore di 1? ☐ A. $3-\frac{3}{10}-\frac{7}{10}+1$ ☐ B. $\frac{15}{10}-\frac{5}{10}-1+\frac{9}{10}$ ☐ C. $\frac{5}{10}+\frac{15}{10}-\frac{3}{10}$ ☐ D. $\frac{27}{10}+\frac{13}{10}-4+\frac{12}{10}$	Risposta corretta: B Questa domanda mette alla prova la capacità di manipolare espressioni numeriche, in senso lato. I ragazzi possono ovviamente sviluppare e calcolare tutte le espressioni proposte, ma questo richiede abbastanza tempo. Altre strategie possono essere più efficienti: ad esempio, commutando i termini della prima ci si riconduce all'espressione $3 + 1 - 3/10 - 7/10 = 4 - 10/10 = 4 - 1 = 3 > 1$. L'espressione C, raggruppando opportunamente, diventa $2 - 3/10$, che è chiaramente >1. L'espressione D diventa immediatamente $40/10 - 4 + 12/20$, cioè $12/20$	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Eseguire operazioni con le frazioni e valutare il risultato in rapporto all'unità OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni con i numeri razionali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)										
D20. Si misurano le stature di 100 alunni di una scuola, approssimate ai 5 cm. La tabella mostra i risultati ottenuti. <table><tr><td>Statura (cm)</td><td>145</td><td>150</td><td>155</td><td>160</td></tr><tr><td>Numero alunni</td><td>16</td><td>40</td><td>25</td><td>19</td></tr></table> Completa il grafico a barre in cui bisogna riportare le stesse informazioni della tabella.	Statura (cm)	145	150	155	160	Numero alunni	16	40	25	19	Risposta corretta Devono essere disegnate 2 colonne : una in corrispondenza di 155 alta 25 e l'altra in corrispondenza di 160 alta circa 20 con una tolleranza del 2%. L'esercizio richiede di passare dalla forma tabellare alla forma grafica, per un insieme semplice di dati	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Rappresentare graficamente dati presentati in tabella OGGETTO DI VALUTAZIONE Prime rappresentazioni di dati (tabelle, pittogrammi, grafici a barre, ecc.) PROCESSO PREVALENTE Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>).
Statura (cm)	145	150	155	160								
Numero alunni	16	40	25	19								

Domanda	Commento	Classificazione
D21. Osserva la seguente sequenza di figure che indica la costruzione con il compasso dell'asse del segmento AB.    Figura 1 Figura 2 Figura 3 a) Unendo gli estremi del segmento AB con il punto C che triangolo si ottiene? Risposta: b) Giustifica la tua risposta. 	D21a – Risposta corretta Un <i>triangolo isoscele</i> oppure anche solo <i>isoscele</i> senza l'indicazione di triangolo D21b – Risposta corretta La risposta deve fare riferimento • al fatto che il compasso è stato puntato con la STESSA APERTURA prima in A poi in B per tracciare le due semicirconferenze • che il segmento costruito (figura 3) rappresenta l'asse di AB Le procedure matematiche valutate nella scuola sono, di solito, quelle aritmetiche e quelle algebriche. Le costruzioni (e in particolare le costruzioni con riga e compasso) offrono un ottimo esempio di procedura geometrica. In questa domanda l'allievo dovrebbe riconoscere una costruzione già incontrata (eventualmente in altri corsi) e in particolare riconoscere che il triangolo è isoscele. Questo può essere fatto semplicemente facendo riferimento al fatto che il compasso è puntato in A e in B con la stessa apertura, oppure al fatto che il segmento risultante è asse di simmetria.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Saper riconoscere risultati di una costruzione geometrica con riga e compasso OGGETTO DI VALUTAZIONE Costruzioni geometriche con riga e compasso PROCESSO PREVALENTE D21a- Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>) D21b - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D22. Si vuole segare questo blocco di legno lungo le linee tratteggiate.  Quanti blocchetti di legno si otterranno? Risposta:	Risposta corretta: 64 Domanda che coinvolge la capacità di visualizzare figure e strutture dello spazio. Alcuni allievi possono limitarsi a contare i cubetti <i>visibili</i>, altri possono indicare il numero corretto ma non essere in grado (in un approfondimento) di spiegare perché	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Riconoscere le relazioni fra le forme a tre dimensioni e la loro rappresentazione bidimensionale OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione piana di figure solide PROCESSO PREVALENTE Saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>)
D23. Osserva la figura.  Quanto misura il lato più lungo del rettangolo in grigio? Risposta:	Risposta corretta: 9,5 Le difficoltà possono provenire da problemi di lettura dell'immagine e dello strumento di misura: in particolare, la scrittura utilizzata (in cui vengono indicate solo le unità) può disorientare i ragazzi, portandoli a risultati privi di senso.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Saper leggere una misura su un righello in posizione non standard OGGETTO DI VALUTAZIONE Lettura di uno strumento di misura PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)

PON Valutazione.M@t.abel

Anno Scolastico 2010-2011

Guida alla lettura
Prova di Matematica
Classe terza – Scuola secondaria di I grado
(a cura di Giorgio Bolondi, Rossella Garuti e Aurelia Orlandoni)

In linea con quanto discusso nei forum e nei seminari formativi, la guida alla lettura di quest'anno vuole offrire uno strumento di analisi e interpretazione per gli insegnanti, che sia alla base del lavoro di miglioramento. Vengono quindi in alcuni casi indicate anche delle piste di sviluppo per il lavoro in classe.

Le possibili spiegazioni delle scelte sbagliate sono comunque sempre da ritenersi indicative dei possibili ragionamenti degli allievi, che sono sempre molteplici e spesso imprevedibili (e talvolta casuali).

Le indicazioni proposte possono servire all'insegnante come punto di partenza di un "approfondimento di indagine", che può realizzarsi attraverso il lavoro con il ragazzo, la proposta di altre domande derivate da queste, la rilettura delle domande e delle risposte e l'eventuale discussione in classe.

Commento [ROSS1]: Per me OK

Commento [giorgio b2]: Rispondi a ROSS (26/12/2011, 23.00): "..."
Anche per me

I quesiti sono distribuiti negli ambiti secondo la tabella seguente

Ambito	Numero di domande	Numero di Item ⁸
Numeri	7	11
Spazio figure	5	8
Dati e previsioni	4	7
Relazioni e funzioni	7	11
Totale	23	37

⁸ Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

Tabella della suddivisione degli item in relazione ad ambiti e processi

Processi/Ambiti	Numeri	Spazio e figure	Dati e Previsioni	Relazioni e funzioni	TOTALE
1. Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)	2	2	1	2	7
2. Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)	2			1	3
3. Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...)	1		3	1	5
4. Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...)	1	4		4	9
5. Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...)					
6. Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...)	1	1	2	3	7
7. Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...)	4		1		5
8. Saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>).		1			1
TOTALE	11	8	7	11	37

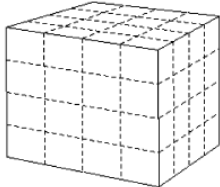
Di seguito viene proposta un'analisi dei quesiti utilizzando una tabella a tre colonne:

- nella prima è indicato il testo del quesito
- nella seconda un commento didattico
- nella terza l'ambito e i processi facendo riferimento al *Quadro di riferimento* delle prove SNV pubblicato sul sito INVALSI

È importante sottolineare che la classificazione proposta è solo indicativa e non deve rappresentare un vincolo per l'interpretazione del risultato: in matematica ogni domanda coinvolge spesso diversi ambiti, e la risposta richiede processi di diversa natura. Seguendo la prassi internazionale, si indicano l'ambito e il processo *prevalenti*, tenendo presente che spesso la scelta di un particolare distrattore può indicare difficoltà o lacune in altri ambiti o in altri processi.

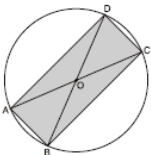
GUIDA ALLA LETTURA

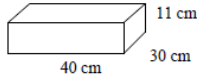
Domanda	Commento	Classificazione
D1. Qual è il minore tra i seguenti numeri ? ☐ A. $\frac{1}{2}$ ☐ B. $\frac{5}{8}$ ☐ C. $\frac{5}{6}$ ☐ D. $\frac{5}{12}$	Risposta esatta: D La domanda valuta una abilità fondamentale, che dovrebbe essere ormai acquisita da tempo dai ragazzi giunti alla classe terza, e consolidata attraverso diverse attività di m@tabel. Utilizzata a scopo diagnostico si presta ad approfondimenti sulle strategie usate dagli allievi attraverso i quali meglio comprendere anche in che modo il ragazzo opera con le frazioni. È possibile infatti che il ragazzo proceda cambiando registro e rappresentando i numeri su una retta, oppure trasformando le frazioni riducendole a un denominatore comune, oppure per confronti successivi ($5/8$ vs $1/2$; $5/6$ vs $1/2$; $5/12$ vs $5/6$); oppure in altri modi ancora.	AMBITO PREVALENTE: Numeri COMPITO Ordinare e confrontare frazioni OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri decimali e frazioni PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D2. Si vuole segare questo blocco di legno lungo le linee tratteggiate.  Quanti blocchetti di legno si otterranno? Risposta:	Risposta corretta: 64 Domanda che coinvolge la capacità di visualizzare figure e strutture dello spazio. Alcuni allievi possono limitarsi a contare i cubetti visibili, altri possono indicare il numero corretto ma non essere in grado (in un approfondimento) di spiegare perché. I suoi risultati possono essere collegati a quelli della domanda D7 della Prova Nazionale 2009/10 e - su scala internazionale- a quelli della domanda TIMMS 2003 G8 M012013	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Riconoscere le relazioni fra le forme a tre dimensioni e la loro rappresentazione bidimensionale OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione piana di figure solide PROCESSO PREVALENTE Saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>)
D3. Una signora ha speso 26 euro per acquistare 2 kg di ciliegie che costano 7 euro al chilo e 3 kg di pesche. Quale tra le seguenti è l'equazione che ti permette di trovare il costo al chilo delle pesche? ☐ A. $3x + 2x = 26$ ☐ B. $3x + 2 \cdot 7 = 26$ ☐ C. $3x + 7x = 26$ ☐ D. $3 \cdot 2 + 7x = 26$	Risposta corretta: B La domanda valuta la capacità di costruire un modello matematico che permetta di risolvere una situazione problematica. Si pone quindi sul piano del passaggio dalla situazione reale alla rappresentazione matematica. Questo tipo di consegne risultano essere spesso critiche per i nostri ragazzi nelle valutazioni internazionali.	AMBITO PREVALENTE: Relazioni e funzioni COMPITO Riconoscere l'equazione risolutiva di un problema OGGETTO DI VALUTAZIONE Equazioni di primo grado PROCESSO PREVALENTE Saper risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo, ...</i>)

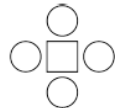
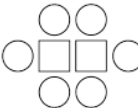
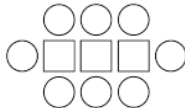
Commento [ROSS3]: Cosa vuol dire ma tematizzazione orizzontale?

Commento [giorgio b4]: Rispondi a ROSS (26/12/2011, 23.03): "...". Dobbiamo togliere il trattino nella parola matematicizzazione. E' il termine di Freudenthal utilizzato nello schema di OCSE-Pisa. Possiamo sostituire con "sul piano del passaggio dalla situazione reale alla rappresentazione matematica"

Domanda	Commento	Classificazione
D4. Fra quali numeri è compresa la radice quadrata di 500? ☐ A. $22 < \sqrt{500} < 23$ ☐ B. $24 < \sqrt{500} < 25$ ☐ C. $25 < \sqrt{500} < 26$ ☐ D. $50 < \sqrt{500} < 51$	D4 - Risposta corretta A Il ragazzo deve <i>stimare</i> la grandezza di un numero espresso sotto forma di radice, utilizzando la definizione di radice come inversa dell'elevamento al quadrato (la strategia più usata e efficace è quella di elevare al quadrato i numeri presenti nei distrattori). Questo naturale modo di procedere non sempre viene adottato dai ragazzi: la stessa domanda (con numeri più grandi) è stata spesso utilizzata nei test di ammissione all'università, con risultati molto bassi.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Stimare il valore di una radice quadrata OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri decimali non periodici PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)
D5. Osserva la seguente figura in cui è indicato con O il centro della circonferenza.  Senza usare strumenti di misura, giustifica perché il quadrilatero ABCD è un rettangolo. Risposta:	Esempi di risposta corretta È un rettangolo perché: ha le diagonali uguali che si tagliano a metà nel punto di incontro (centro) perché diametri della circonferenza Oppure ha gli angoli retti (e quindi uguali) perché angoli che insistono sul diametro Oppure Deve fare riferimento in modo chiaro e completo ad una delle proprietà del rettangolo. Non è sufficiente dire che ha i lati opposti uguali senza dire perché come dire che le diagonali sono uguali senza dire perché (diametri) Si richiede una argomentazione, in cui il ragazzo faccia riferimento esplicito alle proprietà caratterizzanti un rettangolo e alle proprietà degli angoli alla circonferenza. La richiesta specifica di NON usare strumenti di misura è necessaria, perché ovviamente un ragazzo potrebbe rispondere misurando gli angoli con il goniometro, mentre la domanda vuole mettere a fuoco la capacità di argomentare utilizzando proprietà geometriche..	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Conoscere le proprietà delle figure piane (rettangolo) OGGETTO DI VALUTAZIONE Proprietà delle figure piane PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D6. Quale tra le seguenti espressioni dà un valore minore di 1? ☐ A. $3 - \frac{3}{10} - \frac{7}{10} + 1$ ☐ B. $\frac{15}{10} - \frac{5}{10} - 1 + \frac{9}{10}$ ☐ C. $\frac{5}{10} + \frac{15}{10} - \frac{3}{10}$ ☐ D. $\frac{27}{10} + \frac{13}{10} - 4 + \frac{12}{10}$	Risposta corretta: B Le espressioni sono un argomento <i>standard</i> del curriculum, su cui gli allievi spendono molto tempo. La procedura più “automatica” consiste nel trovare il denominatore comune, trasformando in frazioni anche i numeri interi presenti. La domanda tuttavia può anche essere affrontata (e di fatto questo è più efficiente) raggruppando le frazioni che danno come somma un numero intero, e poi raggruppando e sommando i numeri interi- di fatto utilizzando la proprietà commutativa e quella associativa. In questo modo il calcolo può essere eseguito mentalmente, senza bisogno di carta e penna. Anche in questo caso, la domanda usata a scopo diagnostico permette di vedere gli atteggiamenti del ragazzo, e come questi si traducono in strategie risolutive.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Valutare il risultato di operazioni fra numeri interi e frazioni a denominatore 10 OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni con i numeri razionali PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>)
D7. Una scatola a forma di parallelepipedo rettangolo come quella in figura, contiene delle confezioni di tè di forma cubica di lato 5 cm.  a) Quante confezioni di tè conterrà “al massimo” la scatola? ☐ A. 48 ☐ B. 96 ☐ C. 105 ☐ D. 144 b) Scrivi come hai fatto per trovare la risposta. 	D7a - Risposta corretta: B D7b - Nella risposta devono essere indicati: il fatto che la scatola sia alta 11cm implica che non ci possono stare più di 2 strati In ogni strato ci possono stare 48 confezioni (8×6) Esempio di risposta corretta: $40:5 = 8$ quindi in ogni fila posso sistemare 8 confezioni e $30:5 = 6$ e posso fare 6 file ($8 \times 6 = 48$) poi posso fare un altro strato e resta 1 centimetro vuoto La domanda può essere risolta con un ragionamento spaziale (“disponendo” le confezioni nella scatola, trovando quindi come disposizione ottimale 2 strati da 48 confezioni). Il distrattore C può attirare gli allievi che procedono calcolando il volume della scatola (13200 cm^3) e dividendolo per il volume della singola confezione (125 cm^3). Il risultato (105,6) può venire preso direttamente, o approssimandolo con la sua parte intera, senza tenere conto della configurazione spaziale del problema.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Riconoscere relazioni fra forme e oggetti tridimensionali OGGETTO DI VALUTAZIONE Semplici figure dello spazio (parallelepipedo e cubo) PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>)

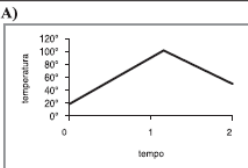
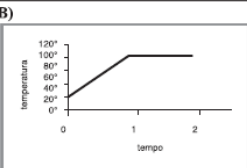
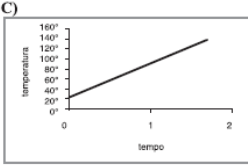
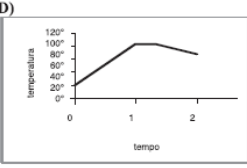
Domanda	Commento	Classificazione
D8. Quanto vale $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$? ☐ A. -8 ☐ B. $-\frac{1}{8}$ ☐ C. $\frac{1}{8}$ ☐ D. 8	D8 - Risposta corretta : D La domanda punta a valutare la conoscenza delle potenze con esponente negativo; i distrattori captano gli allievi che non considerano il segno meno nell'esponente (distrattore C), o che lo fanno “trasmigrare” sulla base (distrattore B), con una confusione tra il ruolo della base e degli esponenti e le operazioni che vi si eseguono che si ritrova a diversi livelli, come evidenziato anche ad esempio dalla domanda D16 della prova Invalsi dell'SNV 2011, II superiore. La scelta del distrattore A può rilevare la conoscenza del significato dell'esponente negativo, ma una generale mancanza di controllo della procedura da seguire per calcolarla.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Sapere elevare a potenza negativa un numero frazionario OGGETTO DI VALUTAZIONE Potenze di numeri razionali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione																					
D9. Nella figura sono rappresentati i primi 3 termini di una sequenza. Termine 1  Termine 2  Termine 3  ... a) Scrivi nella tabella il numero di cerchi dei Termini 4 e 30. <table><tr><th></th><th>Termine 1</th><th>Termine 2</th><th>Termine 3</th><th>Termine 4</th><th>➡</th><th>Termine 30</th></tr><tr><td>Numero di quadrati</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>➡</td><td>30</td></tr><tr><td>Numero di cerchi</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td></td><td>➡</td><td></td></tr></table> b) Il numero dei cerchi può essere 41? ☐ Sì ☐ No c) Giustifica la tua risposta. 		Termine 1	Termine 2	Termine 3	Termine 4	➡	Termine 30	Numero di quadrati	1	2	3	4	➡	30	Numero di cerchi	4	6	8		➡		D9a - Risposta corretta: 10 e 62 D9b e D9c - Risposta corretta:NO Nella risposta è sufficiente il riferimento al fatto che il numero dei cerchi è sempre un numero pari Non è necessario che dica che il numero dei cerchi è pari perché il è il doppio del numero dei quadrati+2 L'allievo deve proseguire una sequenza di figure, e determinare la regola generatrice. Infatti, è possibile rispondere correttamente alla prima richiesta (quanti cerchi ci sono nella configurazione 4) semplicemente disegnandola; per rispondere alla seconda richiesta occorre invece individuare (e controllare in qualche modo astrattamente) la regola generale. La domanda b (che va ovviamente intesa nel senso di “esiste una figura in cui i cerchi sono 41?”, e non riferita al termine 30 che compare nella domanda precedente), e in particolare la sua giustificazione, dovrebbe permettere di valutare se l'allievo è in grado di esplicitare tale regola.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Generalizzare relazioni in una sequenza numerica e calcolarne alcuni termini OGGETTO DI VALUTAZIONE Generalizzazione di regolarità PROCESSO PREVALENTE Domanda a – Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>) Domanda b e c – Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)
	Termine 1	Termine 2	Termine 3	Termine 4	➡	Termine 30																	
Numero di quadrati	1	2	3	4	➡	30																	
Numero di cerchi	4	6	8		➡																		

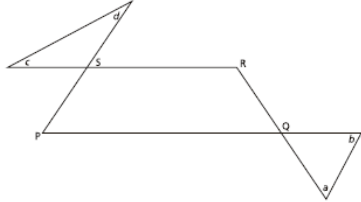
Domanda	Commento	Classificazione
D10. Mario ha diviso una corda lunga 48 m in 2 parti uguali. Da una delle due parti ha tagliato un pezzo lungo 10 m ed ha poi diviso a metà la parte rimanente di questo pezzo. Quale tra queste espressioni permette di calcolare la misura dei due ultimi pezzi uguali tagliati? ☐ A $(48 : 2) - [(48 : 2) - 10]$ ☐ B $[48 - (10 : 2)] : 2$ ☐ C $48 - [(10 - 2) : 2]$ ☐ D $[(48 : 2) - 10] : 2$	Risposta corretta: D L'allievo deve tradurre una situazione (che si sviluppa nel tempo) in una sequenza di operazioni, gerarchizzate da un sistema di parentesi. Anche con questa domanda siamo nel livello del passaggio dalla situazione reale alla rappresentazione matematica di cui si è detto alla domanda D3.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Individuare fra diverse espressioni quella corrispondente ad una descrizione OGGETTO DI VALUTAZIONE Operazioni fra numeri interi PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)

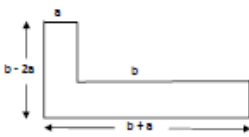
Commento [ROSS5]: Vedi sopra

Commento [giorgio b6]: Rispondi a ROSS (26/12/2011, 23.07): "..."
Vedi sopra

Domanda	Commento	Classificazione
D11. Si registra la temperatura dell'acqua in una pentola su un fornello. All'inizio l'acqua è a temperatura ambiente. La si porta a ebollizione, la si lascia bollire per un po', si spegne il fornello e si continua a registrare la temperatura per un certo tempo. Quale dei seguenti grafici può rappresentare il fenomeno descritto? A)  B)  C)  D)  ☐ A. Grafico A ☐ B. Grafico B ☐ C. Grafico C ☐ D. Grafico D	Risposta corretta: D La domanda verte sul processo di <i>modellizzazione</i>, alla base della matematizzazione. In particolare, il ragazzo deve riconoscere quale modello (rappresentato graficamente) descrive correttamente il fenomeno descritto verbalmente. La domanda valuta la capacità di riconoscere quale modello matematico (in questo caso un grafico) descrive correttamente un fenomeno fisico, descritto a parole. L'allievo deve individuare le variabili in gioco (il tempo e la temperatura) Su questo genere di domande i nostri ragazzi hanno tradizionalmente delle notevoli difficoltà, che si accentuano quando si arriva a formulare i modelli nel registro simbolico, ad esempio attraverso espressioni letterali. La domanda offre quindi lo spunto per una discussione in classe, nella quale ad esempio i ragazzi devono compiere il processo inverso: descrivere verbalmente i fenomeni rappresentati dai 4 grafici.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Identificare un grafico o una formula che esprime relazioni fra grandezze in fatti e fenomeni OGGETTO DI VALUTAZIONE Rappresentazione di fatti e fenomeni attraverso tabelle, grafici ed espressioni algebriche PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D12. Nel gioco del domino si usano tessere divise in due sezioni, ciascuna con un numero di punti da 0 a 6, come quella, ad esempio, che vedi in figura:  Il gioco consiste nel costruire una fila di tessere. Due giocatori hanno costruito la fila che vedi qui sotto, seguendo la regola del gioco che permette di affiancare solo sezioni con lo stesso numero di punti. Due sezioni sono state coperte.  a) Se sommiamo tutti i punti delle tessere in figura (comprese quelle in parte coperte), qual è il numero minimo e massimo che possiamo ottenere? Numero minimo: Numero massimo: b) È possibile che la somma sia 27? ☐ A. Sì ☐ B. No c) Giustifica la tua risposta. 	D5a – Risposta corretta: m 24 M 36 D5b e D5c No perché la somma dei numeri scoperti è 24 e nelle due tessere coperte ci deve essere lo stesso numero, quindi a 24 devo sommare 2 volte lo stesso numero, cioè un numero pari. Sono da considerare corrette tutte le risposte che fanno riferimento • al fatto che la somma di due pari è pari • che è pari la somma dei numeri scoperti • che è pari la somma dei due numeri coperti (il doppio di ...) Il quesito coinvolge la capacità di leggere la variabilità di una situazione e controllarla, in funzione di una variabile (in questo caso, il numero di punti cancellati). Come tutti i quesiti di questo tipo, è da considerarsi difficile per i ragazzi di questa età. La giustificazione della risposta è da analizzare con attenzione, perché può consistere semplicemente in una enumerazione dei casi possibili oppure in una giustificazione teorica (<i>siccome la somma dei punti presenti è 24, pari, e aggiungo due numeri uguali, quindi un numero pari, il risultato è per forza pari e quindi non può essere 27</i>). E' evidente che le due giustificazioni, entrambe corrette, si pongono a livelli di competenza matematica diversi. Per quanto riguarda la prima, è anche interessante osservare se l'allievo considera oppure no i due casi non possibili (quello in cui il punto mancante è 2 e quello in cui è 5)- non possibili perché le tessere necessarie sono già sul tavolo.	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Usare e interpretare diverse forme di rappresentazione di dati per rispondere a domande e risolvere problemi OGGETTO DI VALUTAZIONE Spazio degli eventi PROCESSO PREVALENTE D5a e D5 b - Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>) D5c - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D13. Se a indica un numero diverso da 0, in quale delle seguenti sequenze i numeri sono ordinati in modo crescente? ☐ A. $a - 4$; a; $a - 2$; $a + 1$. ☐ B. $a - 4$; $a - 2$; a; $a + 1$. ☐ C. $a - 4$; $a + 1$; a; $a - 2$. ☐ D. $a + 1$; a; $a - 2$; $a - 4$.	Risposta corretta: B L'allievo deve conoscere l'uso delle lettere, anche se è possibile che molti abbiano individuato la risposta corretta semplicemente sostituendo un valore alla lettera a.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Individuare un ordinamento corretto fra numeri espressi in forma algebrica OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri razionali PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)
D14. Nella figura disegnata qui a fianco il trapezio PQRS è isoscele.  a) Quale è la somma degli angoli a, b, c, d? Risposta: b) Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta. 	D14a - Risposta corretta: 180 D14b – Risposta corretta $360 - 180 = 180$ $720 - 360 - 180 = 180$ Oppure la somma degli angoli opposti del trapezio PQRS è 180, quindi la somma degli angoli in S e in Q è 180. La somma degli angoli interni dei 2 triangoli è $180 \cdot 2 = 360$. Se tolgo la somma degli angoli in S e Q ottengo $360 - 180 = 180$ E' richiesta la conoscenza della proprietà della somma degli angoli interni di un triangolo e della somma degli angoli opposti in un trapezio isoscele (o degli angoli formati da una trasversale con due rette parallele). I calcoli riportati dovrebbero permettere di vedere quale argomentazione ha sviluppato il ragazzo. Il docente, utilizzando questa domanda in classe, può anche osservare quali segni e simboli introduca sulla figura l'allievo, ad esempio per indicare gli angoli in S e in Q. In una fase successiva, si può richiedere al ragazzo di esplicitare la propria argomentazione.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Classificare e misurare angoli OGGETTO DI VALUTAZIONE Angoli e loro ampiezza. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)

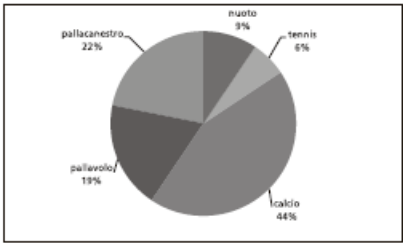
Domanda	Commento	Classificazione																		
D15. In novembre un paio di stivali costa 100 euro. Prima di Natale il suo prezzo è aumentato del 20%. Nel mese di gennaio con i saldi, il costo degli stivali si è ribassato del 20% rispetto al prezzo natalizio. <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Per ciascuna delle seguenti affermazioni indica se è vera o falsa</th></tr> <tr> <th></th><th>Vero</th><th>Falso</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a. Gli stivali in gennaio hanno un costo pari a quello di novembre.</td><td>☐</td><td>☐</td></tr> <tr> <td>b. Gli stivali in gennaio hanno un costo maggiore rispetto a quello di novembre.</td><td>☐</td><td>☐</td></tr> <tr> <td>c. Gli stivali da novembre a gennaio hanno subito un ribasso del 4%.</td><td>☐</td><td>☐</td></tr> <tr> <td>d. Gli stivali in gennaio costano 96 euro.</td><td>☐</td><td>☐</td></tr> </tbody> </table>	Per ciascuna delle seguenti affermazioni indica se è vera o falsa				Vero	Falso	a. Gli stivali in gennaio hanno un costo pari a quello di novembre.	☐	☐	b. Gli stivali in gennaio hanno un costo maggiore rispetto a quello di novembre.	☐	☐	c. Gli stivali da novembre a gennaio hanno subito un ribasso del 4%.	☐	☐	d. Gli stivali in gennaio costano 96 euro.	☐	☐	Risposta corretta: F F V V La domanda, in particolare l'item a), può mettere in evidenza un errore frequentissimo sulle percentuali, diffuso e persistente anche tra gli adulti. Si vedano, in proposito, i risultati della domanda C5 della Prova Nazionale del 2007/08, in cui circa il 60% degli allievi ha semplicemente operato sui tassi percentuali di crescita e decrescita. L'insegnante può anche osservare se c'è coerenza tra le risposte all'item c) e all'item d): se non c'è, vale la pena di riflettere con gli allievi sul loro modo di verificare i propri risultati.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Risolvere problemi utilizzando percentuali e proporzioni OGGETTO DI VALUTAZIONE Rapporti, percentuali e proporzioni. PROCESSO PREVALENTE Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>)
Per ciascuna delle seguenti affermazioni indica se è vera o falsa																				
	Vero	Falso																		
a. Gli stivali in gennaio hanno un costo pari a quello di novembre.	☐	☐																		
b. Gli stivali in gennaio hanno un costo maggiore rispetto a quello di novembre.	☐	☐																		
c. Gli stivali da novembre a gennaio hanno subito un ribasso del 4%.	☐	☐																		
d. Gli stivali in gennaio costano 96 euro.	☐	☐																		
D16. Quale delle seguenti espressioni rappresenta il perimetro della figura?  ☐ A. $3b - 4a$ ☐ B. $3b$ ☐ C. $4b - 2a$ ☐ D. $4b + 6$	Risposta corretta: B La domanda richiede di tradurre una situazione geometrica in una espressione algebrica. Si noti che nel distrattore B compare semplicemente la somma delle lettere presenti nella figura. Il ragazzo che lo sceglie commette, nel registro simbolico-letterale, un errore molto frequente già precedentemente. Si osservi anche che vi è un dato da ricavare (la somma dei due segmenti di cui non è data la misura) e un dato, in qualche modo, inutile (la misura del lato inferiore, ricavabile dagli altri).	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Individuare l'espressione corretta per calcolare il perimetro di un poligono i cui lati sono dati da espressioni letterali OGGETTO DI VALUTAZIONE Perimetro di poligoni PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)																		

Domanda	Commento	Classificazione																
D17. In una scuola media a 200 studenti è stato chiesto quale carriera vorrebbero fare da adulti. I risultati dell'inchiesta sono riportati nella tabella sottostante. Carriera scelta <table><tr><th>Carriera</th><th>Numero studenti</th></tr><tr><td>Attore/attrice</td><td>30</td></tr><tr><td>Atleta</td><td>40</td></tr><tr><td>Medico</td><td>70</td></tr><tr><td>Dirigente d'azienda</td><td>20</td></tr><tr><td>Politico</td><td>10</td></tr><tr><td>Interprete</td><td>22</td></tr><tr><td>Insegnante</td><td>8</td></tr></table> Quale delle seguenti affermazioni è supportata dai dati raccolti? ☐ A. Il 10% degli studenti vorrebbe fare l'interprete. ☐ B. Uno studente su 5 vorrebbe fare l'atleta. ☐ C. L'alto numero di studenti che vogliono fare il medico dipende dal bisogno di essere utili agli altri. ☐ D. Più del 40% degli studenti vorrebbe fare l'attore o l'atleta.	Carriera	Numero studenti	Attore/attrice	30	Atleta	40	Medico	70	Dirigente d'azienda	20	Politico	10	Interprete	22	Insegnante	8	Risposta corretta D In questa domanda, devono essere esaminate diverse parti di un tutto, espresse con formulazioni diverse. La domanda mira a verificare quanto lo studente comprende cosa vuol dire che una affermazione è supportata da dati: infatti per molti ragazzi il distrattore C esprime una affermazione plausibile, anche se, ovviamente, non supportata dai dati.	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Usare e interpretare insieme di dati per rispondere a domande (trarre conclusioni, fare previsioni, ...) OGGETTO DI VALUTAZIONE Prime rappresentazioni di dati (tabelle, pittogrammi, grafici a barre, ecc.) PROCESSO PREVALENTE Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>)
Carriera	Numero studenti																	
Attore/attrice	30																	
Atleta	40																	
Medico	70																	
Dirigente d'azienda	20																	
Politico	10																	
Interprete	22																	
Insegnante	8																	
D18. Un veterinario deve operare REX, un cane di 11 anni e del peso di 32 kg. Prima di eseguire l'intervento bisogna anestetizzarlo. La dose necessaria è di 0,5 ml per ogni chilogrammo di peso dell'animale. In commercio si trovano solo fiale da 4 ml. a) Quante fiale di anestetico deve usare il veterinario per addormentare REX? Risposta: fiale. b) Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta. 	Risposta corretta: D18a – 4 D18b – Esempi di risposte corrette: • $32 \cdot 0,5 = 16; 16 : 4 = 4$ • se il cane pesa 32 kg ci vogliono 16 ml di anestetico, che corrispondono a 4 fiale • ... risposte analoghe con indicazione di un procedimento corretto Il problema presenta un dato inutile (l'età di Rex). Nell'eseguire i calcoli, l'allievo può avere impostato la divisione $32 \times (0,5) =$, situazione che può creare disorientamento se è presente la classica misconcezione “quando si moltiplica un numero per un altro numero il risultato aumenta”.	AMBITO PREVALENTE Numeri COMPITO Risolvere problemi utilizzando interi e razionali OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri razionali PROCESSO PREVALENTE D18a – Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi</i>)																

Domanda	Commento	Classificazione
		come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...) D18b - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verifica-re, giustificare, definire, genera-lizzare, ...)
D19. Un rullo cilindrico, lungo 1,4 m e con un diametro di 0,9 m, viene utilizzato per livellare la ghiaia sulle strade. Quanti m^2 di terreno livella all'incirca per ogni giro che compie?  a) Risposta: m^2. b) Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta. 	Risposta corretta: D19a – 3,96 D19b – Esempi di risposte corrette: $1,4 * \pi * 0,9 = 3,96$ Oppure $1,4 * 3,14 * 0,9 = 3,96$ Va ritenuta corretta anche se sono presenti errori di calcolo, è sufficiente sia indicato $1,4 * 0,9 * \pi$ (unità di misura non richieste) Si tratta di comprendere che occorre calcolare la superficie “laterale” del cilindro, che è disegnato in posizione non standard.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure COMPITO Saper calcolare la superficie laterale di un solido OGGETTO DI VALUTAZIONE Aree e volumi dei principali solidi. PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D20. Nel disegno è rappresentata una bilancia in equilibrio. Su un piatto ci sono 6 palline, tutte dello stesso peso, e 2 cubetti, anch'essi di peso uguale fra loro. Sull'altro piatto ci sono 2 palline e 10 cubetti.  a) Se su un piatto della bilancia si aggiunge una pallina e sull'altro un cubetto, la bilancia rimane in equilibrio? ☐ Si ☐ No b) Giustifica la tua risposta. c) Completa la frase seguente inserendo il numero corretto al posto dei puntini. Il peso di una pallina corrisponde al peso di cubetto/i.	Risposta corretta D20a – NO D20b – Nella risposta lo studente deve far riferimento al diverso peso: • Perché il cubetto non ha lo stesso peso della pallina. • Perché la pallina pesa di più del cubetto. • Perché il cubetto pesa di meno della pallina. • Perché se 6 palline e 2 cubetti sono uguali a 2 palline e 10 cubetti, vuol dire che la pallina pesa di più. • Esempi di risposta NON corretta: • Perché la pallina e il cubetto sono di forma diversa. • Perché la pallina è più grande del cubetto. • D20c – 2 cubetti Per rispondere correttamente alla domanda a e b lo studente può anche semplicemente basarsi sul fatto che il numero di palline e cubetti nei due piatti non è lo stesso quindi non possono avere lo stesso peso essendo la bilancia in equilibrio. Inoltre si può argomentare osservando che il numero di palline in un piatto è minore del numero di cubetti nell'altro, quindi la pallina pesa di più del cubetto. Per rispondere alla domanda c è necessaria una strategia che potrebbe consistere nel togliere 2 cubetti e due palline da entrambi i piatti, mantenendo così l'equilibrio; rimangono 4 palline da una parte e 8 cubetti dall'altra. Si conclude che 1 pallina pesa come 2 cubetti La bilancia in equilibrio è una prima rappresentazione di problemi con equazioni $2c+6p=2p+10c$. Si tratta di una modellizzazione matematica del problema che potrebbe essere utilizzata in un secondo momento nella	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Individuare relazioni fra grandezze OGGETTO DI VALUTAZIONE Relazioni PROCESSO PREVALENTE D20a – Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>) D20b – Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>) D20c - Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D21. Alberto ha ottenuto i seguenti voti, su una scala da 0 a 10, nei primi 4 compiti di matematica: 9, 7, 8, 8. Alberto ha un altro compito, in cui può ottenere al massimo 10, e dice di voler ottenere una media complessiva di 9. a) La può ottenere? ☐ Sì ☐ No b) Giustifica la tua risposta. 	giustificazione della risposta alla domanda c). Risposta corretta D21a – NO D21b – Esempi di risposte corrette La risposta deve contenere un riferimento al fatto che per ottenere la media del 9 - dovrebbe riuscire a portare tutti i voti a 9 e mancano 4 punti per farlo, anche prendendo 10 avrebbe a disposizione 1 punto solo (10-9, cioè il punto che avanza se prendesse 10) - dovrebbe ottenere come somma complessiva 45 partendo da 32, ma anche con 10 si otterrebbe solo $32+10=42$ e la media sarebbe $42:5=8,4$ Un errore molto frequente è quello dei ragazzi che argomentano che, essendo la media attuale di Alberto uguale a 8, ottenendo 10 al prossimo compito la media complessiva sarà pari a 9.	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Individuare il valore che consente di ottenere una certa media OGGETTO DI VALUTAZIONE Moda, mediana e media aritmetica PROCESSO PREVALENTE D21a- Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>) D21b - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)
D22. La somma di 3 numeri naturali consecutivi è 45. Quali sono i 3 numeri? Risposta:	Risposta corretta: 14; 15; 16 L'allievo può ricavare la risposta per tentativi, oppure osservare che il numero centrale è pari alla media dei tre e quindi dividere semplicemente il totale per 3, oppure tradurre il problema in linguaggio algebrico, risolvendo una semplice equazione.	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni COMPITO Utilizzare relazioni fra grandezze per risolvere problemi OGGETTO DI VALUTAZIONE Equazioni di primo grado PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)

Domanda	Commento	Classificazione
D23. È stata compiuta un'indagine sullo sport preferito intervistando un campione di 320 studenti di una scuola con 800 studenti in totale. Nel grafico sono rappresentati i risultati.  Qual è la probabilità che estraendo a caso uno studente del campione si ottenga un alunno che preferisce la pallavolo? ☐ A. $\frac{1}{320}$ ☐ B. $\frac{19}{800}$ ☐ C. $\frac{19}{100}$ ☐ D. $\frac{320}{800}$	Risposta corretta: C I distrattori sono costruiti in modo da utilizzare i diversi numeri presenti nel problema. La risposta corretta, peraltro, non comprende né il numero 800 né il 320, e questo può risultare disorientante per il ragazzo che legge adeguatamente la situazione e non padroneggia l'idea di “estrazione a caso”.	AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni COMPITO Usare dati sperimentali per prevedere la probabilità OGGETTO DI VALUTAZIONE Semplici valutazioni di probabilità di un evento a partire da dati statistici. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)