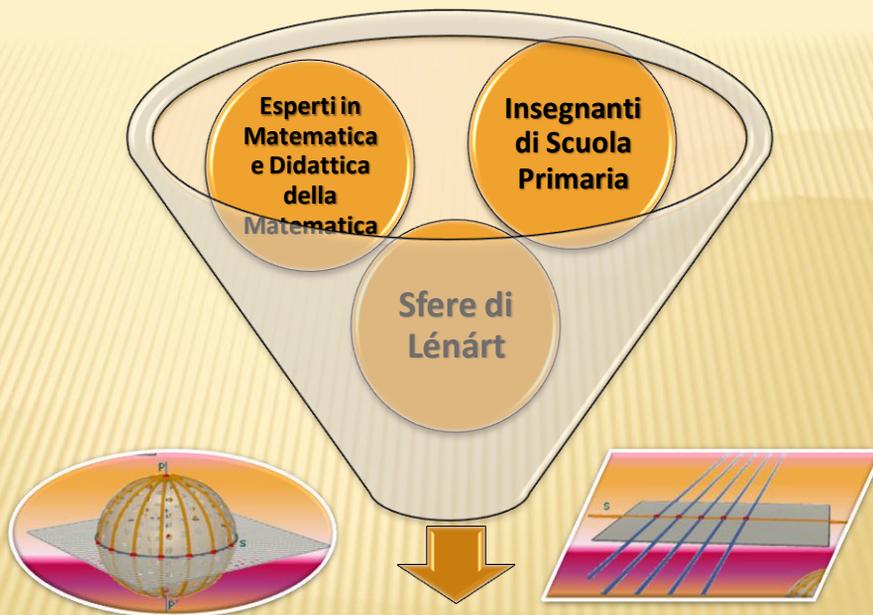


**Lucia Baldazzi, Rosalia Tusa
e Alessandro Gambini**
RSDDM- Gruppo di Ricerca e
Sperimentazione di Didattica e
Divulgazione della Matematica



**Un percorso di geometria comparativa tra sfera
e piano con bambini di prima e seconda
primaria: da Parmenide alle esplorazioni nel
mondo della geometria sferica.**



Sperimentazione



Le sfere di Lénárt

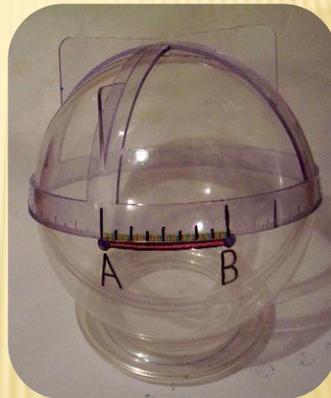
- Superficie di disegno



For  ATH
Project

Le sfere di Lénárt

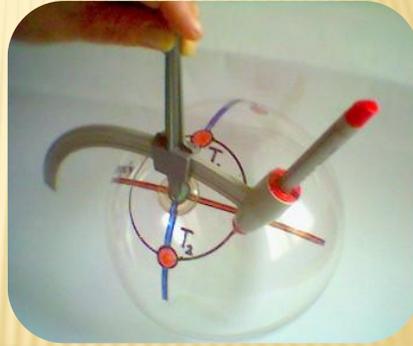
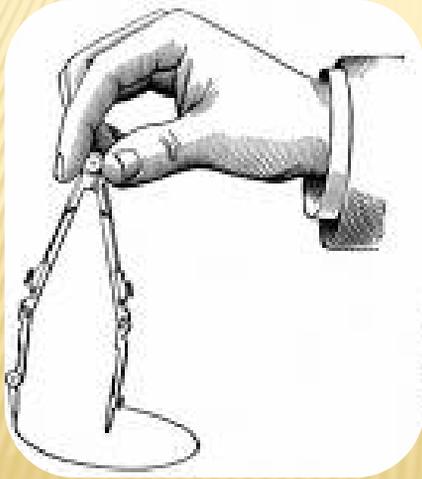
- Il righello



For  ATH
Project

Le sfere di Lénárt

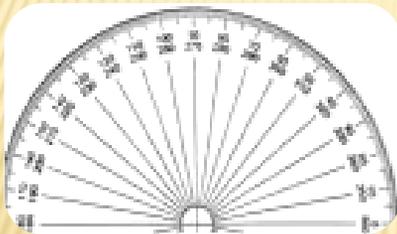
- Il compasso



For  ATH
Project

Le sfere di Lénárt

- Il goniometro



For  ATH
Project

Le sfere di Lénárt

• Sperimentazione:

- **ipotesi di ricerca:** scoprire, esplorare e osservare alcuni concetti elementari all'interno della geometria sferica:
 - può aiutare a consolidare questi concetti anche all'interno della geometria euclidea;
 - superando situazioni di "apprendimento situato".
- **metodologia di ricerca:** parallelamente in una classe prima e in una classe seconda (Scuola Primaria) si sono introdotti alcuni elementi geometrici sia sulla superficie sferica che sulla superficie piana.



Il percorso in classe prima

In classe prima i bambini hanno svolto un percorso interdisciplinare tra:

- ✓ matematica
- ✓ storia della matematica
- ✓ fiaba
- ✓ storia.

Cifretta e Numerino incontrano Parmenide

Caro Numerino, vedi in fondo a questo vialetto quell'uomo. Chi sarà? Avviciniamoci e chiediamogli chi è.



Carissimi Cifretta e Numerino, io sono Parmenide. Sono stato il primo uomo a pensare che la Terra avesse la forma di una sfera. Dopo di me Aristotele lo ha dimostrato, affermando che, durante un'eclisse di Luna, l'ombra proiettata dalla Terra sul nostro satellite ha un contorno circolare.



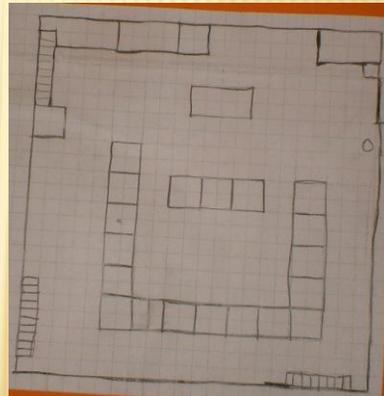
La sperimentazione è stata avviata attraverso l'osservazione, la manipolazione e la denotazione di alcune caratteristiche di solidi (cubo, piramide, ...) per poi costruirne il loro sviluppo sul piano.



Dal 3D al 2D



Il plastico della classe



La mappa



Il plastico è composto in parte da una superficie piana e in parte da una superficie incurvata, e sono stati posizionati gli oggetti in modo tale da favorire la percezione di curvatura della superficie.





In seguito i bambini hanno disegnato la mappa del plastico, eseguiti percorsi e segnato la distanza.

Cari bambini di via Meleri,
so che avete costruito un bel plastico.
Potete realizzare la relativa mappa?
Io, Cifretta e Numerino, la potremmo
utilizzare nei nostri spostamenti per
orientarci meglio.





DIVERSI PUNTI DI VISTA



Dal 3D al 2D.. Riproduciamo la mappa del plastico!!



Controlliamo che la mappa sia giusta!!!

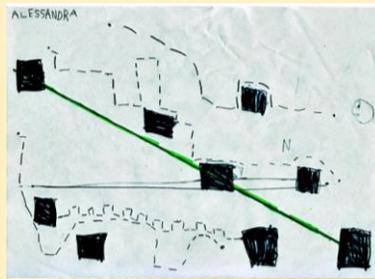




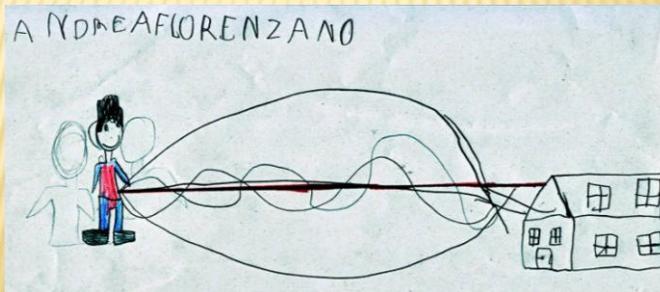
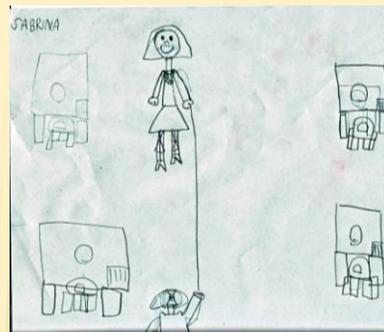




Cari bambini di via Meleri, vorrei sapere se avete capito bene che cos'è la distanza? Fate un disegno per farmi un esempio.



Il concetto intuitivo di distanza tra due punti



Il percorso in classe seconda

In classe seconda la sperimentazione è iniziata con la discussione sulle esperienze di viaggio dei bambini, i quali hanno osservato e segnato gli itinerari sui mappamondi e sulle carte geografiche.



Ciò ha permesso di riflettere sull'idea di **percorso minimo** tra due punti, di confrontare le lunghezze dei percorsi prima in modo intuitivo e dopo ideando strumenti e strategie di misurazione.

Il concetto di **linea retta** e quello di **distanza** inteso come "**misura del percorso più corto tra due punti**" sono maturati gradualmente e in diversi momenti di confronto.



Il viaggio di Daniela: dall'Italia al Brasile.



Planisfero



Mappamondo

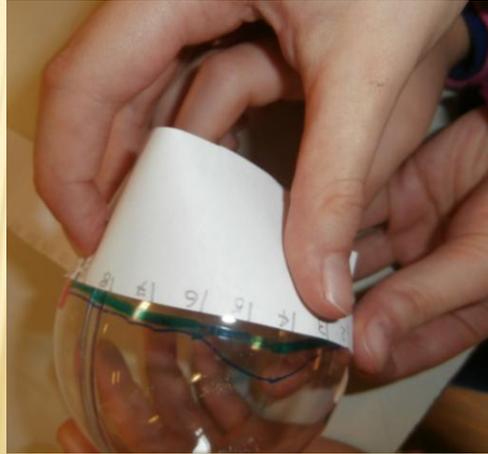
I percorsi non coincidono!!!

NOI ABBIAMO SCOPERTO CHE PER ARRIVARE IN
BRASILE ABBIAMO VISTO LE FORME DEI PAESI
SULLA CARTA GEOGRAFICA E ABBIAMO VISTO
CHE L'ITALIA È DI COLORE ARANCIONE E ABBIAMO
VISTO CHE IL BRASILE È DI COLORE GIALLO.
SECONDO NOI LA STRADA CHE ABBIAMO SCELTO
È LA PIÙ PORTA.
ABBIAMO NOTATO CHE IL NOSTRO PERCORSO
PASSA DALL'AFRICA INVECE NEL MAPPAMONDO
NON PASSA DALL'AFRICA.
LUDOVICA E VALENTINA

Il percorso della lumachina:
strategie spontanee per trovare il percorso
minimo e misurarlo.



"Abbiamo misurato la pallina con il righello di carta. Ed è più lunga la riga blu perché ha una curva. La più corta è la verde e misurano 9 la verde, 11 la blu" (Jenny e Ketty).

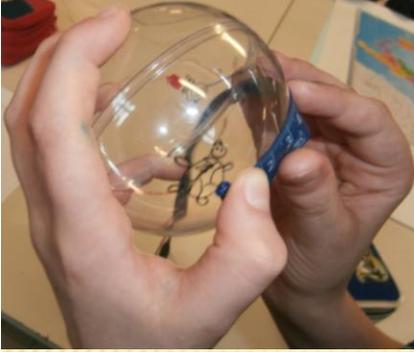


"Secondo noi la strada nera è la più corta. Per contare ho usato i trattini. La strada nera è la più corta perché ha 12 trattini e la strada rossa è la più lunga perché ha 16 trattini." (Sara e Ginevra)



**"Misuro" lo spazio,
"contando" il tempo**

"Per noi la riga più corta è la verde. Noi due abbiamo contato e alla fine la più corta è la verde perché arriva al 14 invece la blu arriva a 20." (Filippo e Valentina)

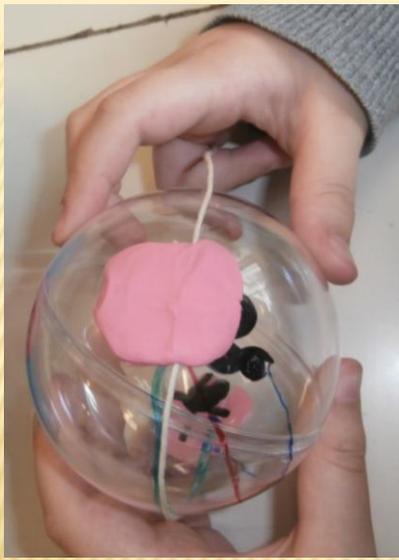


"Abbiamo scoperto che misurando con il metro flessibile che contiamo e diciamo alla maestra quella più lunga è la blu e la più corta è la rossa. La blu è lunga 11, la rossa è lunga 12". (Alessandro e Mattia)



"Per misurare questo percorso abbiamo usato il righello. Per contare i centimetri e sapere se la linea blu era più corta di quella rossa, dallo zero sono arrivata a due, dal 2 siamo arrivati al 6 e dal sei siamo arrivati al dieci". Ludovica "Ho steso il righello e contato i centimetri rotolando la pallina sulla linea rossa. Quando ho finito i centimetri erano 13 e subito ho capito che la linea blu è più corta". Valerio





Le linee sono tutte e due uguali, ma noi per misurarle abbiamo usato plastilina, spago e righello. Per misurarli abbiamo messo lo spago sopra la sfera e la plastilina sopra lo spago, dopo abbiamo tolto lo spago e l'abbiamo misurato col righello. Erano lunghe 11 centimetri.



Esperienze con l'arancia

Sezioniamo la sfera scoprendo cerchi e circonferenze





**La sfera
non è
sviluppabile
sul piano!!**



Se la ricopri
con la tovaglia
vengono tante
pieghe!!
(Jenny)

**E non si può
rivestire ...**



Utilizziamo le gocce
per visualizzare il
loro percorso su un
piano inclinato



**Il percorso
è una retta**



...e sulla
sfera?

Le gocce
scivolano lungo
circonferenze
massime



Scopriamo che
le rette sulla
sfera sono le
circonferenze
massime.

Utilizziamo gli
elastici per
vedere i punti di
incontro...

Laboratorio con le sfere di Lénárt



Laboratorio con le sfere di Lénárt

Il righello sferico





**Laboratorio
con le sfere
di Lénárt**

**Il compasso
sferico**



**Laboratorio
con le sfere
di Lénárt**

... e con il corpo..





Cosa ho imparato

Viola- Io avevo imparato che se deve essere una circonferenza e c'è un pallino in mezzo deve avere tutti gli spazi uguali e mi sono divertita molto.

Ginevra- Io ieri ho imparato che la circonferenza non lo sarebbe se i pezzi della sfera non fossero distanti dal centro tutti allo stesso modo. Fare quel lavoro mi è piaciuto molto.

Matteo- Che perché sia una circonferenza bisogna che tutti siano distanti uguali dal centro.
Ho imparato che la strada più corta è dritta.

Simone F- Ho scoperto che possiamo disegnare linee più rette col compasso, col gommino e col righello e infine ho scoperto che si riescono a fare molte circonferenze. Ho capito che la circonferenza è una linea che deve essere distanziata uguale dal punto al centro della sfera.

"Descrivere" la circonferenza

Ludovica - La circonferenza è tipo a un punto con la distanza identica.

Ginevra - Secondo me la circonferenza è una linea curva chiusa con le stesse distanze dal centro.

Simone - Secondo me la circonferenza è una linea curva che in ogni parte che vada fa sempre la stessa lunghezza.

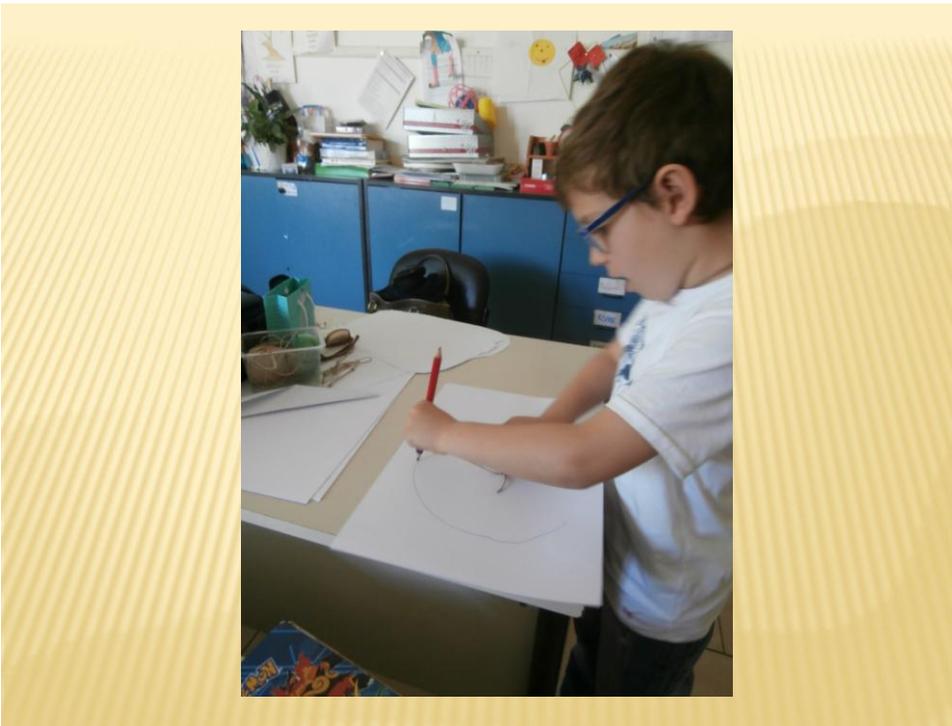
Viola - Io ho scoperto che tutto il contorno della circonferenza deve avere la stessa distanza dal mezzo.

La circonferenza sul piano

Costruiamo circonferenze sul piano del foglio, utilizzando varie tecniche:

- una forma di carta spessa appoggiata sul foglio con due buchi, uno in cui fissare la forma al foglio con una matita e l'altro in cui inserire una matita che ruotando disegna la circonferenza;
- uno spago legato alla matita che ruota tenendolo fermo in un punto dell'altro capo.

Scopriamo il compasso come strumento per tracciare la circonferenza, ponendo l'attenzione sull'importanza di mantenerne costante l'apertura.



Sperimentazione: Le sfere di Lénárt in classe

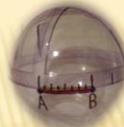


Risultati ottenuti:

- ❑ rappresentazioni 2D ↔ 3D: - plastico
- attività con le arance
- ❑ circonferenza: - come sezione della sfera
- come luogo geometrico
- ❑ percorso minimo: - retta sul piano
- circonferenza massima sulla sfera



Sperimentazione: Le sfere di Lénárt in classe



Risultati ottenuti:

Costruzione di concetti come *distanza tra due punti* o *circonferenza come luogo geometrico*, ..

Imparato ad eseguire i passaggi necessari per la costruzione di enti geometrici sulle sfere, ..

Competenze nell'attivarsi a trovare strategie diverse per misurare lunghezze, trovare corrispondenze tra piano e sfere, .

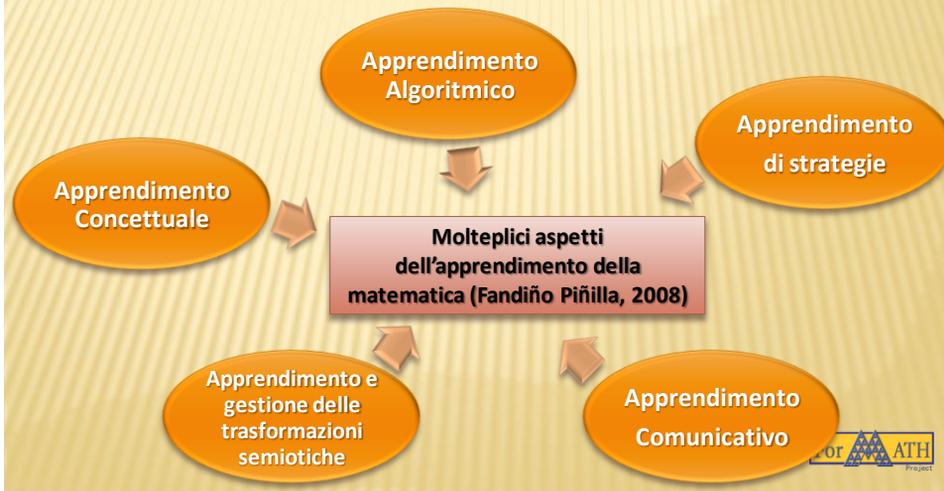
Gestire varie rappresentazioni degli stessi oggetti sulla sfera e sul piano,

Comunicazione verbale con i compagni, le insegnanti, gli sperimentatori per esprimere e confutare le proprie ipotesi e le altrui, ..

Sperimentazione: Le sfere di Lénárt in classe



Risultati ottenuti:



Sperimentazione: Le sfere di Lénárt in classe



Dobbiamo ricordare tutti che l'apprendimento dei bambini è sempre situato!

Se noi cioè costruiamo un ambiente di apprendimento di un certo concetto, i bambini apprenderanno sì quel concetto, ma IN quell'ambiente (che io chiamo in generale "ambiente artificiale di apprendimento").

L'ingenuo sogno del passato che i bambini potessero apprendere in un ambiente artificiale e potessero ritenere questo apprendimento per utilizzarlo in qualsiasi situazione, in una specie di spontaneo transfer cognitivo, è e resta utopico.

Sperimentazione: Le sfere di Lénárt in classe



Il bambino NON sa trasferire gli apprendimenti, li situa: è costretto a farlo, non è colpa sua, fa parte delle maglie dell'apprendimento.

In questo senso, dunque, un apprendimento concettuale realizzato all'interno di un ambiente artificiale, oltre a non essere, di fatto, un apprendimento, finisce con l'essere un ostacolo (ancora una volta didattico).

Andrea imparerà a maneggiare un concetto all'interno di una situazione artificiale ma non avrà appreso il concetto perché non saprà servirsene se non in quel contesto. (D'Amore, 2002)

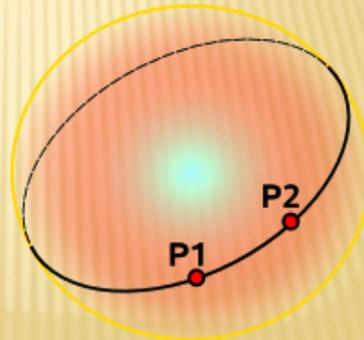


Sperimentazione: Le sfere di Lénárt in classe



*Classe Terza Scuola Secondaria di 2° Grado
Liceo Scientifico "Rambaldi-Valeriani" – Imola (Bo)*

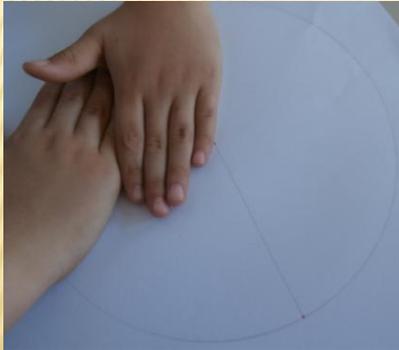
Qual è il percorso più breve per congiungere questi due punti?



Sperimentazione: Le sfere di Lénárt in classe



Classe Seconda Scuola Primaria



Fra i punti della circonferenza e il suo centro la distanza è sempre la stessa?

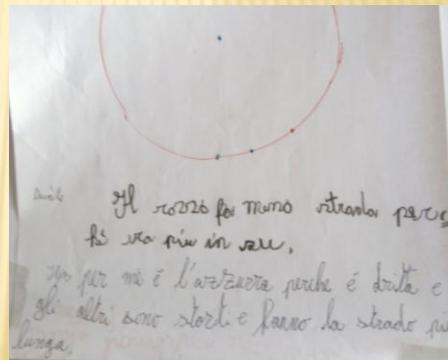


Sperimentazione: Le sfere di Lénárt in classe



Classe Seconda Scuola Primaria

Partendo da posizioni diverse sulla circonferenza, tre bambini dovrebbero raggiungere il centro. Secondo voi, percorreranno tutti la stessa distanza?



Grazie per la vostra attenzione

R.S.D.D.M.

**Gruppo di Ricerca e
Sperimentazione di Didattica
e Divulgazione della
Matematica**

